

# SIMULASI POLA TINGKAH LAKU KECEPATAN MOTOR DC DI TITIK OPERASI MEMPERGUNAKAN METODA LINEAR QUADRATIC REGULATOR (LQR)

**Heru Dibyo Laksono**

Jurusan Teknik Elektro, Universitas Andalas Padang,  
Kampus Limau Manis, Padang, Sumatera Barat  
Email : [heru\\_dl@ft.unand.ac.id](mailto:heru_dl@ft.unand.ac.id)

### Abstract

*Dalam pengendalian perubahan kecepatan Motor DC, model sistem bersifat nonlinier. Untuk menganalisa pola tingkah laku disekitar titik operasi, salah satu model sistem adalah dengan dilinierisasi di titik operasi. Dari model sistem yang dilinierisasi tersebut diperoleh persamaan keadaan untuk interkoneksi sistem tenaga listrik dan dapat digunakan metoda LQR, serta diupayakan suatu simulasi dengan variasi matrik Q dan matrik R. Dari hasil simulasi didapatkan daerah stabil untuk bahan desain kontroller LQR yang mengendalikan perubahan kecepatan Motor DC*

*Keyword : Motor DC, metoda LQR*

## 1. PENDAHULUAN

Motor DC telah digunakan secara luas pada banyak aplikasi yang memerlukan kecepatan yang dapat diatur di bidang industri karena mempunyai karakteristik torsi dan kecepatan yang dapat dipilih. Pengendalian perubahan kecepatan Motor DC ini bisa dilakukan dengan berbagai metoda diantaranya metoda Linear Quadratic Gaussian (LQG), metoda Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery (LQG/LTR), Metoda  $H_2$  dan Metoda  $H_\infty$ .

Dalam pengaturan perubahan kecepatan Motor DC, ada banyak gangguan yang mungkin akan terjadi seperti kehilangan beban secara tiba-tiba sehingga kecepatan Motor DC menjadi lebih tinggi, perubahan nilai resistansi pada komutator Motor DC dan sebagainya, sehingga perlu studi kestabilan dinamik di sekitar titik operasinya dan mencoba menganalisa tingkah laku kestabilan kecepatan Motor DC menggunakan pendekatan metoda Linear Quadratic Regulator (LQR). Hasil studi dapat menjadi bahan-bahan design kontroller untuk pengendalian perubahan kecepatan motor DC.

Dalam penelitian ini akan dibahas simulasi yang berkaitan dengan perancangan tahap mula sistem kendali linier untuk mengendalikan perubahan kecepatan motor DC. Syarat menggunakan metoda diatas adalah model motor DC harus bersifat linier. Untuk mendapatkan model linier tersebut, model sistem dilinierisasi di titik operasi tertentu

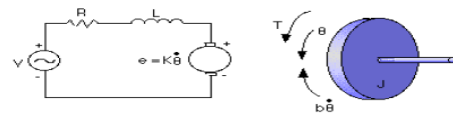
Penelitian ini bertujuan melakukan simulasi memperoleh bahan informasi mendisain kontroller Linear Quadratic Regulator (LQR) yang mengendalikan perubahan kecepatan Motor DC.

Hasil penelitian ini dapat dijadikan bahan informasi disain kontroller Linear Quadratic Regulator (LQR) yang mengendalikan perubahan kecepatan motor DC

Dalam penelitian ini dilakukan pembatasan masalah sebagai berikut :

1. Matrik Q dan matrik R ditentukan secara coba-coba (trial and error).
2. Sistem dinamik Motor DC yang akan dikendalikan adalah sistem yang bersifat linier, tak berubah waktu dan kontinu.
3. Sistem dinamika Motor DC yang akan dikendalikan harus terkendali secara lengkap dan teramat
4. Gangguan dinamik yang terjadi pada motor DC diabaikan
5. Rotor dan shaft bersifat rigid

## 2. PEMODELAN MATEMATIS



Gambar-1 Rangkaian Ekuivalen Motor DC

Dengan nilai parameter sebagai berikut :

- Moment Inersia ( $J$ ) =  $0.01 \frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$
- Rasio Redaman ( $b$ ) =  $0.10 \text{ Nms}$
- Konstanta Gaya Elektromotif ( $K = K_e = K_t$ )  
=  $0.01 \frac{\text{Nm}}{\text{amp}}$
- Resistansi ( $R$ ) =  $1 \text{ ohm}$
- Induktansi ( $L$ ) =  $0.5 \text{ H}$

Hubungan antara torsi motor ( $T$ ) dan arus armatur ( $i$ ) sebagai berikut :

$$T = K_t i \quad (2.1)$$

Hubungan antara emf ( $e$ ) dan kecepatan sudut ( $\dot{\theta}$ ) sebagai berikut :

$$e = K_e \dot{\theta} \tag{2.2}$$

dimana  $K_t = K_e$  dengan

$K_t =$  Konstanta Armature

$K_t =$  Konstanta Motor

Dari Gambar-2.1 dapat diturunkan persamaan sebagai berikut :

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = K i \tag{2.3}$$

$$L \frac{di}{dt} + R i + K\dot{\theta} = v \tag{2.4}$$

Dengan menggunakan transformasi Laplace, persamaan (2.3) dan (2.4) dinyatakan dalam domain S dengan asumsi semua kondisi awal bernilai nol sebagai berikut :

$$Js^2\theta(s) + bs\theta(s) = KI(s) \tag{2.5}$$

$$LsI(s) + RI(s) = V(s) - Ks\theta(s) \tag{2.6}$$

dengan mengeliminasi  $I(s)$  pada persamaan (2.5) dan (2.6) diperoleh fungsi transfer loop terbuka yang menyatakan perbandingan kecepatan sudut rotor ( $\dot{\theta}$ ) sebagai output dengan tegangan sumber ( $v$ ) sebagai input sebagai berikut :

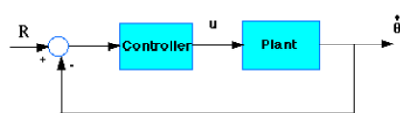
$$\frac{\dot{\theta}(s)}{V(s)} = \frac{K}{(Js + b)(Ls + R) + K^2} \tag{2.7}$$

Selain itu persamaan (2.7) juga dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan keadaan (*state space*) dengan kecepatan sudut rotor ( $\dot{\theta}$ ) dan arus ( $i$ ) sebagai *state variabel*, kecepatan sudut rotor ( $\dot{\theta}$ ) sebagai output dengan tegangan sumber sebagai input ( $v$ ) diperoleh :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{J} & \frac{K}{J} \\ \frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} V$$

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix}$$

dan blok diagram pengendalian kecepatan motor DC sebagai berikut :



Gambar-2 Blok Diagram Pengendalian Kecepatan Motor DC

### 3. SIMULASI PERANCANGAN PENGENDALI

Pengendali Linear Quadratic Regulator (LQR) ini dirancang untuk mengendalikan kecepatan pada motor DC. Pada tahap penerapannya menggunakan simulasi untuk memperoleh bahan informasi disain kontroler Linear Quadratic Regulator (LQR).

### 3.1 Perancangan Pengendali Menggunakan Metoda Linear Quadratic Regulator

Untuk melakukan perancangan pengendali menggunakan metoda Linear Quadratic Regulator (LQR) pada pengendalian kecepatan motor DC dilakukan pertama-tama adalah menghitung matrik keadaan yang dipergunakan dalam perancangan pengendali. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan program matlab. Adapun matrik keadaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{4.1}$$

Selanjutnya ditentukan matrik Q dan matrik R. Matrik Q dan R ini harus bersifat definite positif. Penentuan dimensi matrik Q didasarkan pada jumlah state matrik A dan dimensi matrik R didasarkan pada jumlah input matrik B. Berdasarkan persamaan (4.1) matrik Q merupakan matrik identitas yang berdimensi 2 x 2 sedangkan R merupakan suatu konstanta yang bernilai 1

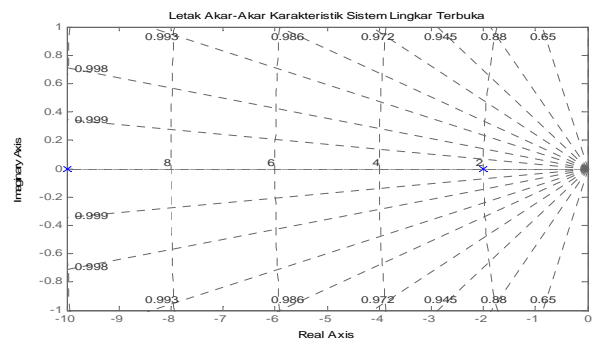
### 3.2 Spesifikasi Perancangan Kontroller

Sebelum perancangan dimulai, perlu ditetapkan terlebih dahulu spesifikasi sistem kendali sebagai pedoman dalam proses perancangan agar diperoleh hasil akhir yang sesuai dengan kebutuhan. Demikian halnya sistem kendali yang akan dirancang ini memiliki spesifikasi sebagai berikut :

1. Lewatan maksimum < 5 %
2. Waktu keadaan mantap kurang < 1 detik
3. Waktu naik kurang 0.5 detik

### 3.3 Karakteristik Sistem Lingkaran Terbuka Untuk Motor DC

Untuk melihat karakteristik sistem lingkaran terbuka pada Motor DC dapat dilihat dari letak akar-akar karakteristik sistem lingkaran terbuka dalam Gambar-3 berikut ini :



Gambar-3 Letak Akar-Akar Karakteristik Sistem Lingkaran Terbuka Untuk Pengendalian Motor DC

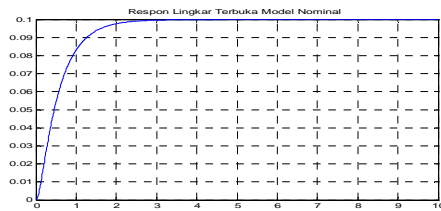
Gambar-3 menunjukkan letak akar-akar karakteristik sistem lingkaran terbuka semuanya disebelah kiri sumbu khayal dan sistem lingkaran

terbuka tersebut sudah bersifat stabil tetapi belum memenuhi spesifikasi yang diinginkan.

Tabel-1 Nilai Akar-Akar Karakteristik Sistem Lingkaran Terbuka Untuk Motor DC

Real	Imajiner
-2.0000	0.0000
-1.0000	0.0000

Simulasi respon waktu sistem lingkaran terbuka untuk pengendalian perubahan kecepatan Motor DC adalah



Gambar-4 Hasil Simulasi Respon Waktu Sistem Lingkaran Terbuka Untuk Perubahan Kecepatan Pada Motor DC

Pada Gambar-4 hasil simulasi respon waktu sistem lingkaran terbuka untuk pengendalian perubahan kecepatan Motor DC sudah stabil tetapi belum memenuhi spesifikasi yang diinginkan.

**3.4 Prosedur Simulasi Perancangan KONTROLLER**

Prosedur perancangan kottroller untuk pengendalian perubahan kecepatan Motor DC adalah:

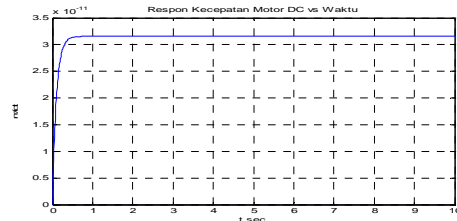
- (1) Masukkan nilai matrik keadaan objek kendali A, B, C dan D
- (2) Memeriksa apakah persamaan keadaan Motor DC bersifat terkendali dan teramati
- (3) Memilih matrik Q dan matrik R. Hal ini berhubungan dengan respon waktu sistem dan spesifikasi perancangan
- (4) Tentukan kottroller sehingga matrik fungsi alih sistem lingkaran tertutup bersifat stabil. Prosesnya memerlukan penyelesaian persamaan Riccati
- (5) Kinerja dari kottroller yang dirancang harus diuji dalam berbagai kondisi matrik Q dan matrik R.

**4. HASIL SIMULASI**

Setelah dilakukan simulasi perancangan kottroller pengendalian perubahan kecepatan Motor DC menggunakan metoda LQR, selanjutnya akan dilakukan analisis hasil perancangan dengan tujuan untuk melihat apakah kottroller yang dirancang dapat memenuhi spesifikasi yang diinginkan dan bagaimana kinerja yang dihasilkan apakah lebih baik atau tidak. Analisis yang dilakukan adalah analisis perubahan kecepatan Motor DC, dimana

disimulasikan pengendalian perubahan kecepatan Motor DC untuk berbagai variasi matrik Q dan matrik R. Variasi dilakukan dengan memperbesar dan memperkecil elemen-elemen diagonal matrik Q dan matrik R. Berikut ini hasil simulasi respon waktu sistem lingkaran tertutup untuk beberapa faktor pengali matrik Q dan matrik R :

Kondisi 1 : (Faktor pengali  $10^{-20}$  untuk matrik Q dan  $10^{-23}$  untuk matrik R)



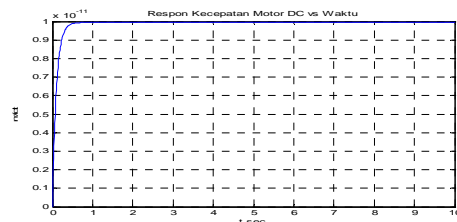
Gambar-5 Hasil Simulasi Respon Waktu Sistem Lingkaran Tertutup Untuk Perubahan Kecepatan Motor DC Pada Kondisi 1

Tabel-2 Nilai Akar-Akar Karakteristik Sistem Lingkaran Tertutup Untuk Perubahan Kecepatan Motor DC Pada Kondisi 1

Real	Imajiner
-0.0001e+009	0.0000e+000
-6.3246e+009	0.0000e+000

Indek performansi : 5.0000e-022

Kondisi 2 : (Faktor pengali  $10^{-11}$  untuk matrik Q dan  $10^{-31}$  untuk matrik R)



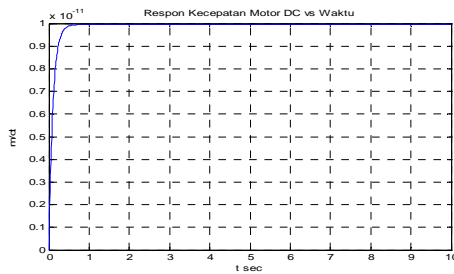
Gambar-6 Hasil Simulasi Respon Waktu Sistem Lingkaran Tertutup Untuk Perubahan Kecepatan Motor DC Pada Kondisi 2

Tabel-3 Nilai Akar-Akar Karakteristik Sistem Lingkaran Tertutup Untuk Perubahan Kecepatan Motor DC Pada Kondisi 2

Real	Imajiner
-0.0001e+010	0.0000e+000
-2.0000e+010	0.0000e+000

Indek performansi : 4.9876e-013

Kondisi 3 : (Faktor pengali  $10^{-3}$  untuk matrik Q dan  $10^{-23}$  untuk matrik R)



Gambar-7 Hasil Simulasi Respon Waktu Sistem Lingkaran Tertutup Untuk Perubahan Kecepatan Motor DC Pada Kondisi 3

Tabel-4 Nilai Akar-Akar Karakteristik Sistem Lingkaran Tertutup Untuk Perubahan Kecepatan Motor DC Pada Kondisi 3

Real	Imajiner
-0.0001e+009	0.0000e+000
-6.3246e+009	0.0000e+000

Indek performansi : 4.9876e-005

Dari beberapa hasil simulasi menunjukkan bahwa secara umum respon waktu sistem lingkaran tertutup untuk perubahan kecepatan Motor DC sudah memenuhi spesifikasi perancangan. Selain itu akar-akar karakteristik sistem lingkaran tertutup untuk perubahan kecepatan Motor DC semuanya bernilai negatif. Ini berarti akar-akar tersebut semuanya disebelah kiri sumbu khayal sehingga dapat disimpulkan bahwa kestabilan sistem lingkaran tertutup untuk perubahan kecepatan Motor DC bersifat stabil.

### 5. KESIMPULAN

Dalam pengendalian perubahan kecepatan Motor DC, model sistem bersifat nonlinier. Untuk menganalisa pola tingkah laku disekitar titik operasi, salah satu model sistem adalah dengan dilinierisasi di titik operasi. Dari model sistem yang dilinierisasi tersebut diperoleh persamaan keadaan untuk perubahan kecepatan Motor DC dan dapat digunakan metoda LQR, serta diupayakan suatu simulasi dengan variasi matrik Q dan matrik R. Dari hasil simulasi diperoleh hasil berikut :

1. Elemen diagonal matrik Q dapat divariasikan dengan faktor pengali antara  $10^{-20}$  s/d  $10^{-3}$  dan Elemen diagonal matrik R dapat divariasikan dengan faktor pengali antara  $10^{-30}$  s/d  $10^{-23}$ . Pada variasi faktor pengali tersebut matrik kontroller bersifat stabil dan memenuhi spesifikasi yang diinginkan dan faktor pengali matrik R tidak boleh lebih besar dari faktor matrik Q.
2. Bahwa dalam perancangan kontroller dengan metode LQR, perlu adanya kompromi untuk mendapatkan spesifikasi yang telah ditetapkan dengan indeks performansi karena sulit untuk

memperoleh spesifikasi sistem yang diinginkan dengan indek performansi yang minimum pada saat yang bersamaan.

### DAFTAR KEPUSTAKAAN

1. Richard Dorf dan Bishop Robert, “ *Modern Control System* “, Ninth Edition, Prentice Hall, New Jersey , 1995
2. Shahian Bahram dan Hassul Michael, “ *Control System Design Using Matlab* “, Prentice Hall, New Jersey , 1995
3. Kuo C Benyamin dan Hanselman C. Duane, “ *Matlab Tools For Control System And Design* “, Prentice Hall, New Jersey , 1995
4. Ogata K, “ *Modern Control System* “ , Third edition, Prentice Hall, New Jersey , 1995

### BIODATA

**Heru Dibyo Laksono ST, MT,** Lahir di Sawah Lunto, 7 Januari 1977, Menamatkan S1 di Jurusan Teknik Elektro Universitas Andalas (Unand) Padang tahun 2000 bidang Teknik Tenaga Listrik. Pendidikan S2 bidang Teknik Kendali dan Sistem diselesaikan di Institute Teknologi Bandung (ITB) tahun 2004. Masuk sebagai dosen Teknik Elektro Universitas Andalas sejak tahun 2005.