# PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL ORDE DUA dengan DERET *FOURIER*

OLEH

**IRMA SUSANTI**

03 934 006



JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

P A D A N G

2009

## ABSTRAK

Simbol $\partial$ merupakan lambang dari turunan parsial. Misalnya : $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ dan $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left( \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$. Persamaan ini disebut persamaan diferensial orde dua dengan satu dan dua peubah bebas. Pada tulisan ini ditunjukkan bahwa deret *fourier* adalah salah satu penyelesaian persamaan diferensial parsial orde dua.

**Kata kunci** : Deret *fourier*, turunan parsial, dan integral parsial.

## BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Persamaaan diferensial parsial sering digunakan untuk masalah rekayasa yang melibatkan satu atau lebih peubah bebas, misalnya :

1. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , persamaan diferensial parsial orde dua (satu variabel),

2. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$, persamaan diferensial parsial orde dua (dua variabel),

3. , dan seterusnya.

Deret *fourier* adalah salah satu cara untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial. Deret *fourier* untuk persamaan diferensial parsial orde dua (satu variabel) dapat diperoleh dari deret trigonometrik yang berperiode 2π. Deret trigonometri yang fungsinya periodik dengan periode 2π adalah sebagai berikut :

$$\frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + b_1 \sin x + a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x + \cdots + a_n \cos nx + b_n \sin nx + \cdots$$

atau,

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

dimana $a_0, a_1, a_2, \cdots$ dan $b_0, b_1, b_2, \cdots$ adalah bilangan riil.

Karena tiap-tiap suku dari deret trigonometrik adalah periodik dengan periode 2π, dengan demikian jika suatu fungsi diekspansikan kedalam deret tersebut tentu fungsi itu juga periodik.

### 1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang akan dibahas adalah sebagai berikut :

1. Bentuk deret *fourier* dari : $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ dan $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$;
2. Menentukan koefisien-koefisien *fourier* dari persamaan tersebut.

### 1.3 Pendekatan Masalah

Pendekatan dan konsep yang dipakai utuk menyelesaikan permasalahan yang akan dibahas adalah studi kepustakaan tentang konsep-konsep yang berkaitan dengan persamaan diferensial parsial orde dua dan deret *fourier*. Kemudian penulis berusaha untuk menyelesaikan permasalahan tentang deret *fourier* bagi persamaan diferensial parsial orde dua.

### 1.4 Tujuan Masalah

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial orde dua dengan menggunakan deret *fourier*.

### 1.5 Sistematika Penulisan

Agar lebih mudah memahami skripsi ini, maka skripsi ini ditulis dengan pengelompokan sebagai berikut ;

**BAB I** : **Pendahuluan**

Menjelaskan latar belakang, permasalahan, pendekatan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan.

# BAB IV

# PENUTUP

## 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan langkah-langkah yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Bentuk deret *fourier* dari persamaan diferensial parsial orde dua (satu variabel bebas) yang mengacu pada deret trigonometri yang fungsinya periodik dengan periode $2\pi$ adalah sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

dengan koefisien-koefisien *fourier* sebagai berikut :

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\, dx\,, \quad n \geq 0$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, \sin nx\, dx, \qquad n \geq 1$$

2. Bentuk deret *fourier* yang diperoleh dari persamaan diferensial parsial orde dua (dua variabel bebas) yang mengacu pada membran persegi panjang adalah

$$f(x,y) = U_{mn}(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} G_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$$

pada interval $0 \leq x \leq a$ dan $0 \leq x \leq b$,

## DAFTAR PUSTAKA


[1] Boas, Mary.L. 1985. *Mathematical Methods In the Physical Sciences*. De Paul University: Toronto, Singapore.

[2] Gonzalez-Velasco, Endrique A. 1995. *Fourier Analysis and Boundary Value Problems*. Univercity of San Diego Massachusetts: Lowel, Massachusetts.

[3] Humi, Mayer & B.Miller, William. 1992. *Boundary Value Problems an Partial Differential Equation*. Publishing Company. Boston.

[4] Kaplan, Willfred. 1962. *Advanced Calculus*. Publishing Company inc. Palo Alto.

[5] Kreyzig, Erwin. 1993. *Matematika Teknik Lanjutan*. Buku 1. Edisi ke-6. Penerbit PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

[6] Leithold, Louis. 1991. *Kalkulus dan Geometri Analitik*. Jilid tiga. Erlangga, Jakarta.

[7] Purcell. 1992. *Kalkulus dan Geometri Analitik*. Jilid satu. Erlangga, Jakarta.

[8] Setia Budi, Wono. 2001. *Kalkulus Peubah Banyak*. Penerbit ITB, Bandung.

[9] Stewart, James. 2003. *Kalkulus*. Jilid dua. Penerbit Erlangga, Jakarta.