GRUP TIDAK KOMUTATIF ORDER 6

TESIS

Oleh:

NENCY SYLFIA
06215078

PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008

GRUP TIDAK KOMUTATIF ORDE 6

Oleh : Nency Sylfia

(Dibawah bimbingan DR. I. Made Arnawa dan Jenizon, M.Si)

RINGKASAN

Teori grup dalam aljabar abstrak adalah salah satu teori yang mempelajari tentang struktur aljabar suatu himpunan. Tidak semua himpunan merupakan grup, karena suatu himpunan dikatakan grup harus bersifat tertutup, asosiatif, punya unsur idetitas dan punya invers.

Pada tesis ini penulis mencoba membahas suatu grup yaitu grup tidak komutatif orde 6 yang dilambangkan dengan S3. S3 adalah himpunan dari matriks persegi 3×3 yang anggotanya adalah $\{P , Q , R , S , T , U\}$ dimana :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

. Pada grup ini yang penulis cari adalah subgrup center dan centralizer, koset, subgrup normal, grup faktor (grup kuosien), homomorfisma dan isomorfisma .

Dari pembahasan yang penulis lakukan, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Subgrup-subgrup dari S3 adalah

$$H_0 = \{P ,Q ,R ,S ,T ,U\}, \quad H_1 = \{P , T , U\}$$

$H_2 = \{P, Q\}$, $H_3 = \{P, S\}$

$H_4 = \{P, R\}$, $H_5 = \{P\}$

2.Certer dan Centralizer

Center dari S3 adalah P .

Centralizer dari P adalah H_0.

Centralizer dari Q adalah H_2.

Centralizer dari R adalah H_4.

Centralizer dari S adalah H_3.

Centralizer dari T adalah H_1.

Centralizer dari U adalah H_1.

3. Koset kanan dan koset kiri dari masing-masing subgrup di S3 tidak sama.

4. Subgrup Normal dari S3 adalah H_0 , H_1 dan H_5.

5. Grup Faktor dari H_0 adalah $\{H_0\}$.

Grup Faktor dari H_1 adalah $\{H_1, (Q) H_1, (T) H_1\}$.

Grup Faktor dari H_5 adalah $\{H_0\}$.

6. Grup S3 homomorfisma dan isomorfisma dengan S_3.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori grup dalam aljabar abstrak adalah salah satu teori yang mempelajari tentang struktur aljabar suatu himpunan. Tidak semua himpunan merupakan grup, karena suatu himpunan dikatakan grup harus mempunyai sifat-sifat tertentu. Himpunan tak kosong G disebut 'Grup', jika G bersama dengan operasi biner '$*$' memenuhi sifat tertutup, asosiatif, terdapat unsur identitas di G dan untuk setiap unsur di G terdapat unsur inversnya. Himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan adalah grup. (Erlich,1991; Gallian ,1998 ; Herstein,1975) .

Ada banyak contoh-contoh grup selain contoh di atas, yaitu himpunan bilangan riil R dengan operasi penjumlahan. Kita tahu bahwa himpunan bilangan bulat Z adalah subhimpunan dari himpunan bilangan riil R. Karena Z subhimpunan dari R dan Z adalah grup terhadap operasi penjumlahan, maka Z disebut subgrup dari R .

Secara umum dapat dikatakan bahwa subhimpunan H dari grup $G = (G, *)$ membentuk subgrup dari G jika H tidak kosong, tertutup terhadap operasi '$*$' di G dan $(H, *)$ membentuk suatu grup (Arifin , 2000) .

Selain dari subgrup ada yang disebut dengan center dari grup. Misalkan $(G,*)$ suatu grup. *Center* dari grup G dilambangkan dengan $Z(G)$, didefinisikan sebagai : $Z(G) = \{ a \in G \mid a * x = x * a \text{, setiap } x \in G \}$, (Gallian , 1988).

Kemudian ada lagi yang disebut dengan centralizer dari grup. Misalkan $(G, *)$ suatu grup dan $a \in G$, *Centralizer* dari a dilambangkan dengan $C(a)$, didefinisikan sebagai : $C(a) = \{ g \in G \mid g * a = a * g \}$.

Masih ada bagian-bagian dari grup yang lain seperti subgrup normal, koset dan grup faktor (grup kuosien) .

Untuk lebih memahami tentang konsep grup, penulis mencoba mempelajari sifat-sifat yang terkait dengan suatu grup yang disebut 'Grup Tidak Komutatif Order 6 ' yang dilambangkan dengan *S3*. Penulis memilih judul ini karena termotifasi dari skripsi Medios Ugayani mahasiswa S1 yang berjudul Grup Klein-4 $Z_2 \otimes Z_2$.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang dibahas pada tulisan ini adalah sifat-sifat dari grup tidak komutatif order 6 S3 = { P, Q, R, S, T, U } dengan

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

yaitu tentang subgrup, center, centralizer, koset, subgrup normal, grup faktor (grup kuosien) homomorfisma dan isomorfisma dari S3 tersebut .

1.3 Manfaat Penulisan

Hasil dari tulisan ini diharapkan dapat memberikan sumbangan terhadap perkembangan ilmu pengetahuan dan untuk menambah khasanah ilmu tentang teori grup, khususnya mengenai grup tidak komutatif order 6 S3.

BAB V

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan pada bab IV dapat disimpulkan bahwa :

5.1 Subgrup dari S3 adalah :

$H_0 = \{P, Q, R, S, T, U\}$

$H_1 = \{P, T, U\}$

$H_2 = \{P, Q\}$

$H_3 = \{P, S\}$

$H_4 = \{P, R\}$

$H_5 = \{P\}$.

5.2 Center dan Centralizer

Center dari S3 adalah $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Centralizer dari P adalah H_0

Centralizer dari Q adalah H_2

Centralizer dari R adalah H_4

Centralizer dari S adalah H_3

Centralizer dari T adalah H_1

Centralizer dari U adalah H_1.

DAFTAR PUSTAKA

Arifin . A , 2000 . *Aljabar* . ITB , Bandung.

Erlich. 1991 . *Fundamental Concept Abstrct Algebra* . PWS – Kent Publishing Company , Boston .

Fraleigh . J . B , 1994 . *A First Course in Abstract Algebra* . Addison – Wesley Publishing Company , New York.

Gallian . J , 1998 . *Contemporary Abstract Algebra* . New York : Houghton Miffin Company.

Herstein . I , N . 1975 . *Topics in Algebra 2nd edition* . New York Jonh Wiley & Sons.