GRUP ALTERNATING A_4

TESIS

Oleh :

SRI YENTI
06215081

PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008

GRUP ALTERNATING A_4

Oleh : Sri Yenti

(Di bawah bimbingan Dr.I Made Arnawa dan Jenizon, M.Si)

RINGKASAN

Teori grup dalam aljabar abstak adalah salah satu teori yang mempelajari tentang struktur aljabar suatu himpunan, tidak semua himpunan merupakan grup karena salah satu himpunan dikatakan grup harus mempunyai sifat-sifat tertentu. Suatu himpunan tak kosong G disebut grup jika G bersama operasi biner tertentu, memenuhi sifat tertentu, asosiatif terdapat unsur identitas di G dan sitiap unsur di G mempunyai invers.

Pada tesis ini penulis mencoba membahas suatu grup yaitu grup Alternating A_4 yang merupakan himpunan dengan anggota: $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12},\}$. Dengan menggunakan operasi komposisi fungsi penulis membahas tentang subgrup, order, centralizer dan homomorpisma.

Dalam pembahasan tesis ini penulis melakukan studi literatur yaitu : mengumpulkan buku-buku dan jurnal-jurnal yang relevan sebagai buku sumber. Selanjutnya penulis mempelajari dengan mengurutkan mengklasifikasikan, mengelompokkan, membuktikan serta mencari solusi dari permasalahan.

Dari pembahasan yang penulis lakukan maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Grup Alternating A_4 adalah grup permutasi genap yang mempunyai 12 buah elemen yaitu :$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12},\}$, dimana :

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&2&3&4\end{pmatrix} \qquad \alpha_2=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix} \qquad \alpha_3=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&4&1&2\end{pmatrix}$$

$$\alpha_4=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\end{pmatrix} \qquad \alpha_5=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&3&1&4\end{pmatrix} \qquad \alpha_6=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&4&2&3\end{pmatrix}$$

$$\alpha_7=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&1&3&2\end{pmatrix} \qquad \alpha_8=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&2&4&1\end{pmatrix} \qquad \alpha_9=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&1&2&4\end{pmatrix}$$

$$\alpha_{10}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&2&1&3\end{pmatrix} \qquad \alpha_{11}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&3&4&2\end{pmatrix} \qquad \alpha_{12}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&4&3&1\end{pmatrix}$$

2. Subgrup dari A_4 adalah :

   $Ho = \{\alpha_1\}$

   $H_1 = \{\alpha_1, \alpha_2\}$

   $H_2 = \{\alpha_1, \alpha_3\}$

   $H_3 = \{\alpha_1, \alpha_4\}$

   $H_4 = \{\alpha_1, \alpha_6, \alpha_{11}\}$

   $H_5 = \{\alpha_1, \alpha_7, \alpha_{12}\}$

   $H_6 = \{\alpha_1, \alpha_8, \alpha_{10}\}$

   $H_7 = \{\alpha_1, \alpha_9, \alpha_5\}$

   $H_8 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$

3. Order dari A_4 adalah sebagai berikut :

3. Order dari A_4 adalah sebagai berikut :

α_1 berorder 1	α_7 berorder 3
α_2 berorder 2	α_8 berorder 3
α_3 berorder 2	α_9 berorder 3
α_4 berorder 2	α_{10} berorder 3
α_5 berorder 3	α_{11} berorder 3
α_6 berorder 3	α_{12} berorder 3

4. Centralizer dari unsur – unsur di A_4 adalah :

$C(\alpha_1) = A_4$	$C(\alpha_7) = H_5$
$C(\alpha_2) = H_8$	$C(\alpha_8) = H_6$
$C(\alpha_3) = H_8$	$C(\alpha_9) = H_7$
$C(\alpha_4) = H_8$	$C(\alpha_{10}) = H_6$
$C(\alpha_5) = H_7$	$C(\alpha_{11}) = H_4$
$C(\alpha_6) = H_4$	$C(\alpha_{12}) = H_5$

5. Terdapat pemetaan homomorpisma dari A_4 ke $\{1\}$.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori grup dalam aljabar abstrak adalah salah satu materi yang mempelajari tentang struktur aljabar suatu himpunan. Himpunan tak kosong G disebut grup jika G bersama suatu operasi biner "o" memenuhi sifat tertutup, asosiatif, terdapat unsur identitas di G dan untuk setiap unsur di G terdapat unsur inversnya. Himpunan bilangan dengan operasi penjumlahan adalah grup (Erlich, 1991; Gallian, 1998, Herstein 1975).

Ada banyak contoh grup selain contoh diatas yaitu grup dari himpunan bilangan bulat, dengan operasi penjumlahan modulo n yang dilambangkan dengan Zn (Gallion, 1998). Adapun unsur dari himpunan Zn adalah 0, 1, 2, 3.....n-1. Banyaknya unsur dari suatu grup disebut dengan order, himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan berorder tak hingga (Gallian, 1998).

Untuk lebih memahami tentang konsep grup penulis mencoba meneliti dan mempelajari lebih dalam tentang grup yang disebut dengan grup Alternating A_4 dengan center Z (A_4)= {(1 2 3 4)}.Grup Alternating A_4 termasuk grup permutasi genap, secara umum dilambangkan dengan A_n. Untuk n>1, An mempunyai susunan sebanyak $\frac{1}{2}$ n ! (Yoseph Agallian 1989). Dengan demikian A_4, mempunyai elemen sebanyak ½ · 4 ! = 12, anggotanya dilambangkan dengan α_1, α_2, ...,α_{12} sebagai contoh α_1 o α_2, yang operasinya didefinisikan sebagai pemetaan, khususnya yang terkait dengan komposisi fungsi.

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

α_2 didapat dari proses pemetaan dengan komposisi (1 2) (3 4), jika

$$g = (1\ 2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ dan } f = (3\ 4) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{maka } \alpha_2 = g \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

atau komposisi fungsi dapat di tulis sebagai berikut :

$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(1) = 2$

$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(2) = 1$

$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(4) = 4$

$(g \circ f)(4) = g(f(4)) = g(3) = 3$

$$\text{jadi } \alpha_2 = g \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$\alpha_1 \circ \alpha_2$ dapat ditentukan dengan mengacu kepada cara untuk mendapatkan α_2 maka :

$$\alpha_1 \circ \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} = \alpha_2$$

selanjutnya pemetaan $\alpha_2 \circ \alpha_1$ yaitu :

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa :

1. Grup Alternating A_4 adalah grup permutasi genap yang mempunyai 12 buah elemen yaitu :$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12},\}$, dimana :

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \qquad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \alpha_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \qquad \alpha_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_7 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad \alpha_8 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \qquad \alpha_9 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \alpha_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \alpha_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Subgrup dari A_4 adalah :

   $Ho = \{\alpha_1\}$

   $H_1 = \{\alpha_1, \alpha_2\}$

   $H_2 = \{\alpha_1, \alpha_3\}$

   $H_3 = \{\alpha_1, \alpha_4\}$

   $H_4 = \{\alpha_1, \alpha_6, \alpha_{11}\}$

   $H_5 = \{\alpha_1, \alpha_7, \alpha_{12}\}$

   $H_6 = \{\alpha_1, \alpha_8, \alpha_{10}\}$

DAFTAR PUSTAKA

Arifin Ahmad. 2000. *Aljabar ITB Bandung*

David, D dan Richard, MF. 1991. Abstract Alqebra. A. Simon & Scater Company. Englewood New Jersey

Durbin, John R. 2000. Modern Alqebra An Intruduction, fourth edition. John Willey & Sons Inc. New York Chiccester. Wienheim Brisbane Singapora Toronto

Erlich, 1991. Fundamental Concept Abstract Alqebra. PWS – Kent Publishing Company, Boston

Fraleigh, J.B. 1994. A. First Course in Abtract Alqebra. Addison – Wesley Publishing Company, New York

Gallian, J. 1998. Contemporary Abtract Alqebra. New York : Hougthon Mifflin Company

Herstein, I.N. 1975. Topics in Alqebra 2nd edition. New York : John Wiley & Sons

Sukirman, M.P, Drs. 1986. Aljabar Abstrak, Karunika, Universitas Terbuka, Jakarta