

**MENYATAKAN MATRIKS DALAM BENTUK
JORDAN**

TESIS



Oleh:

MUHAMMAD GUNTUR
06 215 038



PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS PADANG
2008

MENYATAKAN MATRIKS DALAM BENTUK JORDAN

Oleh : Muhammad Guntur

(Dibawah bimbingan : Dr I Made Arnawa, M.Si dan Zulakmal, M.Si)

RINGKASAN

Diagonalisasi merupakan salah satu sub pokok bahasan dalam mata kuliah aljabar linier. Diagonalisasi adalah salah satu cara menyatakan matriks A sehingga $P^{-1}AP = D$, dimana D adalah matriks diagonal. Didalam menyatakan matriks dengan cara diagonalisasi, terdapat syarat perlu dan syarat cukup yang harus dipenuhi supaya matriks tersebut bisa dinyatakan dalam bentuk diagonal yaitu ditemukannya n buah vektor eigen yang bebas linier dari matriks $A_{n \times n}$. Tetapi tidak semua matriks $n \times n$ mempunyai n buah vektor eigen yang bebas linier.

Pada prinsipnya penelitian ini bertujuan untuk 1) Melihat atau mencari matriks mana saja yang tidak bisa didiagonalkan. 2) Merubah matriks yang tidak bisa didiagonalkan tersebut ke dalam bentuk matriks Jordan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur yang diambil dari berbagai bahan baik buku, jurnal, majalah atau sumber lain yang memadai atau cukup untuk dipergunakan sebagai bahan sumber dalam penyusunan tesis ini. Selain itu juga berdasarkan hasil diskusi dengan dosen pembimbing dan teman – teman yang mempunyai materi sebanding. Setelah semua bahan tercukupi atau sudah dianggap memadai, dipelajari dan dipahami, maka untuk mencapai tujuan pertama dilakukan dengan langkah – langkah: mencari nilai multiplisitas aljabar $m_a(\lambda_i)$ dan multiplisitas geometri $m_g(\lambda_i)$. Jika kita peroleh $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i)$, maka

matriks tersebut bisa dijadikan matriks diagonal, tetapi jika diperoleh $m_g(\lambda_i) < m_a(\lambda_i)$, maka matriks tersebut tidak bisa didiagonalkan dan bisa diubah ke dalam bentuk matriks Jordan.

Sedangkan untuk tujuan kedua dilakukan dengan langkah – langkah: mencari matriks P yang terdiri dari vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen dan generalized eigen vector. Generalized eigen vector dicari dengan cara $m_a(\lambda_i) - m_g(\lambda_i)$. Setelah didapat matriks P kemudian dicari invers dari matriks P tersebut. Pada langkah terakhir dibuat persamaan $P^{-1}AP = J$, dimana J adalah matriks Jordan.

Berdasarkan hasil dan pembahasan, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut: 1) Untuk dapat mengetahui apakah matriks tersebut bisa dijordankan cukup dengan mencari nilai multiplisitas aljabar dan nilai multiplisitas geometrinya kemudian mencari selisihnya. 2) Untuk menjadikan suatu matriks menjadi matriks Jordan dilakukan dengan cara mencari matriks P yang bisa dibalik dan terdiri dari vektor eigen dan generalized eigen vector, kemudian membentuk persamaan $P^{-1}AP = J$, dimana J adalah matriks Jordan.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan suatu ilmu yang memiliki struktur dan sistematika keilmuan yang kokoh, sehingga tidaklah berlebihan jika matematika diberi predikat sebagai ratunya ilmu karena matematika banyak memberikan sumbangan dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Dalam kehidupan sehari-hari pun bukan hanya teknologi saja yang menggantungkan diri pada matematika, tetapi juga ilmu-ilmu lain seperti fisika, mekanika, biologi bahkan ilmu pengetahuan sosial dalam mempelajarinya seringkali membutuhkan konsep matematis. Hal ini sesuai hakekat matematika sebagai ilmu bantu terhadap ilmu lain.

Mata kuliah Aljabar Linier merupakan salah satu mata kuliah wajib di Jurusan Matematika Program Pascasarjana Universitas Andalas. Mata kuliah tersebut sangat membantu sekali karena aplikasinya sangat banyak dalam kehidupan sehari-hari. Dengan mempelajarinya diharapkan mahasiswa dapat memiliki pola pikir yang sistematis sehingga mereka dapat memecahkan masalah yang dihadapi baik masalah akademis maupun non akademis.

Salah satu materi utama yang terdapat dalam mata kuliah aljabar linier adalah tentang matriks. Jika bicara matriks, maka ingatan akan langsung menuju ke ordo, invers, operasi pada matriks dan menyederhanakan sebuah matriks. Walaupun demikian, matriks itu tidak hanya terpaku pada masalah itu-itulah saja, seringkali matriks itu digunakan pada pokok bahasan lain atau materi lain baik di

dalam lingkup ilmu matematika maupun diluar lingkup ilmu matematika untuk membantu atau mempermudah penyelesaian masalah tersebut.

Diagonalisasi merupakan salah satu sub pokok bahasan dalam mata kuliah aljabar linier. Diagonalisasi adalah salah satu cara menyatakan tentang matriks A sehingga $P^{-1}AP = D$, dimana D adalah matriks diagonal. Didalam menyatakan matriks dengan cara diagonalisasi, terdapat syarat perlu dan syarat cukup yang harus dipenuhi supaya matriks tersebut bisa dinyatakan dalam bentuk diagonal yaitu ditemukannya n buah vektor eigen yang bebas linier dari matriks $A_{n \times n}$. Tetapi tidak semua matriks $n \times n$ yang mempunyai n buah vektor eigen yang bebas linier, sehingga matriks tersebut tidak bisa didiagonalkan.

1.2 Rumusan Masalah

Pada latar belakang tadi telah disebutkan bahwa tidak semua matriks bisa dinyatakan dalam bentuk diagonal karena tidak ditemukannya n buah vektor eigen pada matriks $n \times n$. Sehingga timbul pertanyaan bagaimanakah cara menyatakan matriks yang tidak bisa didiagonalkan tersebut dalam bentuk lain.

1.3 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan bermanfaat dalam membantu menjadikan suatu matriks ke dalam bentuk lain jika matriks tersebut tidak bisa didiagonalkan.

1.4 Tujuan Penelitian

Untuk membantu cara menyatakan sebuah matriks ke dalam bentuk lain jika matriks tersebut tidak dapat dinyatakan dalam bentuk diagonal.

BAB V

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab iv diperoleh kesimpulan yaitu:

1. Untuk melihat atau mencari matriks mana saja yang tidak bisa didiagonalkan dapat dilakukan dengan cara mencari nilai multiplisita aljabar $m_a(\lambda_i)$ dan multiplisitas geometri $m_g(\lambda_i)$. Jika kita peroleh $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i)$, maka matriks ersebut bisa kita jadikan matriks diagonal, tetapi jika kita peroleh $m_g(\lambda_i) < m_a(\lambda_i)$, maka matriks tersebut tidak bisa didiagonalkan dan bisa kita ubah ke dalam bentuk matriks Jordan.
2. Merubah matriks yang tidak bisa didiagonalkan tersebut ke dalam bentuk matriks Jordan dapat dilakukan dengan cara mencari matriks P yang terdiri dari vector eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen dan generalized eigen vektor. Generalized eigen vektor dicari dengan cara $m_a(\lambda_i) - m_g(\lambda_i)$, setelah didapat matriks P kemudian kita cari invers dari matriks P tersebut. Pada langkah terakhir kita buat persamaan $P^{-1}AP = J$, dimana J adalah matriks Jordan.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. (1995), *Aljabar Linear Elementer*. Edisi ke-5, Erlangga: Jakarta
- Apostol, T.M (1997), *Linear Algebra, A First Course with Applications to Differential Equation*, Jhon Wiley & sons, inc : New York
- Baker, A.C & H.L Porteus (1990), *Linear Algebra and Diferential Equations*
Departement of Mathematics Sheffield City Polytechnic: . Sheffield
- Guntur, M (2001), *Penyederhanaan Matriks Dengan Cara Jordanisasi*, UPI
: Bandung
- Jacob, B(1990), *Linear Algebra*, W.H Freeman and Company : New york
- Mancher, G F.R. (1977), *The Theory Of matrices*, Ams Chelsea
Publishing: . USA
- Sernesi, E. (1993), *Linear Algebra, A geometric Approac*, Chapman and
Hall: London