

**UJI AKURASI PENYELESAIAN TERHITUNG
SISTEM PERSAMAAN LINIER DENGAN
MENGUNAKAN NORM MATRIKS**

TESIS

Oleh :

**NOVENTIARNI
06216121**



**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008**

Uji Akurasi Penyelesaian Terhitung Sistem Persamaan Linier dengan Menggunakan Norm Matriks

Oleh :

Noventiarni

(di bawah bimbingan Dr.Muhafzan, M.Si. dan Haripamyu, M.Si.)

RINGKASAN

Sistem persamaan linier dengan dua variabel mempunyai penyelesaian x dan x' . Jika persamaan tersebut ada perubahan pada koefisien tertentu, maka penyelesaian terhitungnya juga berubah. Dari persamaan tersebut dirubah dalam bentuk matriks $Ax = b$, maka perubahan terjadi pada matriks A dan penyelesaian terhadap x dan x' .

Suatu matriks A disebut berkondisi buruk (*ill-condition*) jika perubahan-perubahan yang relatif kecil dalam entri-entrinya dapat menyebabkan perubahan-perubahan yang relatif besar dalam penyelesaian terhadap $Ax = b$. Matriks A disebut berkondisi baik (*well condition*) jika perubahan relatif kecil dalam entri-entrinya mengakibatkan terjadi perubahan-perubahan yang relatif kecil dalam penyelesaian terhadap $Ax = b$. Untuk itu perlu ada uji akurasi sistem persamaan linier dengan menggunakan norm matriks.

Tujuan penelitian : 1) Untuk menguji akurasi sistem persamaan linier dengan menggunakan norm matriks. 2) melihat apakah matriks A berkondisi baik atau berkondisi buruk.

Penelitian ini dilakukan pada perpustakaan jurusan Matematika FMIPA UNAND Limau Manis Padang. Sejak bulan maret sampai bulan juni 2008. Bahan-bahan yang dipergunakan adalah berupa buku-buku dan jurnal-jurnal yang relevan sebagai sumber utama penelitian ini.

Hasil analisis dari penelitian ini setelah mempelajari buku-buku dan jurnal-jurnal tersebut dikumpulkan konsep-konsep sebagai landasan pemikiran untuk mencari solusi masalah penelitian, mengurutkan mengklasifikasikan mengelompokkan dan mereduksinya ke dalam suatu analisis.

Hasil dari pembahasan mengenai uji akurasi sistem persamaan linier dengan menggunakan norm matriks adalah sebagai berikut : 1) membahas definisi norm matriks. 2) membahas definisi norm matriks subordinat serta teorema-teorema. 3) membahas bilangan kondisi. 4) membahas contoh-contoh dan aplikasi tentang uji akurasi sistem persamaan linier. Dari keempat pembahasan tersebut merupakan bahan pendukung untuk pengujian akurasi sistem persamaan linier, apakah berkondisi baik atau berkondisi buruk ?

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu sistem n persamaan linier (atau himpunan n persamaan linier simultan) dengan n unsur x_1, \dots, x_n yang tidak diketahui adalah suatu himpunan persamaan E_1, \dots, E_n yang berbentuk

$$\begin{aligned} E_1 : a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ E_2 : a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \quad \dots\dots\dots(1.1.1) \\ &\dots\dots\dots \\ E_n : a_{n1}x_1 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

dengan koefisien-koefisien a_{ij} dan b_n adalah bilangan riil, bilangan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, n$.

Sebuah persamaan dengan dua variabel yang tidak diketahui (x_1 dan x_2) adalah berbentuk $ax_1 + bx_2 = c$ dimana a, b, c adalah konstanta yang tidak sama dengan nol. Apabila diperhatikan persamaan ini

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= b_2 \quad \dots\dots\dots(1.1.2) \end{aligned}$$

Sistem persamaan (1.1.2) dalam bentuk matriks adalah

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \text{ atau } Ax = b$$

maka yang merupakan penyelesaian eksak adalah $x = (x_1, x_2)^T$. Jika sistem (1.1.2), ada perubahan pada koefisiennya maka penyelesaian terhitungnya juga berubah.

Akibat dari perubahan tersebut matriks A bisa berkondisi buruk atau berkondisi baik. Untuk itu perlu ada uji akurasi penyelesaian terhadap sistem persamaan linier dengan menggunakan norm matriks. (Leon, 1999)

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas : "Seberapa akuratkah penyelesaian terhadap sistem persamaan linier 2 variabel x_1 dan x_2 dapat diharapkan dan bagaimana cara menguji akuratnya?".

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk menguji akurasi penyelesaian sistem linier dengan menggunakan norm matriks.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat :

1. Menambah wawasan dan ilmu pengetahuan khususnya bagi peneliti tentang penggunaan norm matriks dalam menguji akurasi penyelesaian sistem persamaan linier.
2. Sebagai bahan masukan bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian ini.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian pada bab-bab sebelumnya diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Hasil kali dalam dapat digunakan untuk menentukan solusi nilai vektor atau nilai matriks.
2. Norm vektor dan norm matriks dapat digunakan untuk menentukan besarnya vektor-vektor atau besarnya matriks.
3. Untuk pengujian akurasi dari penyelesaian x dan x' adalah mencari : besaran nilai sisa relatif $\frac{\|r\|}{\|b\|}$ dan besaran nilai galat relatif $\frac{\|e\|}{\|r\|}$ serta besaran nilai kondisi $\|A\| \|A^{-1}\|$.

Dari ketiga nilai tersebut akan memberikan perbandingan pertidaksamaan

$$\frac{1}{\text{cond}(A)} \frac{\|r\|}{\|b\|} \leq \frac{\|e\|}{\|x\|} \leq \text{cond}(A) \frac{\|r\|}{\|b\|}. \text{ Maka ketidaksamaan tersebut dapat disimpulkan}$$

bahwa jika matriks berkondisi buruk, maka sisa relatif kemungkinan akan lebih kecil dari galat relatif serta bilangan kondisi lebih besar dari 1 dan sebaliknya untuk matriks A yang berkondisi baik, sisa relatif dengan galat relatif berdekatan serta bilangan kondisi mendekati 1.

5.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya disarankan mencoba pada persamaan linier yang mempunyai 3 variabel.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton H., 2004. Aljabar Linier Elementer, Erlangga, Jakarta.
- Bartle. R.G. 1976. The Elements of real Analysis, John Wiley & Sons. Inc, Canada.
- Gazali, W. 2004. Matriks dan Transformasi Linier, Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Gullen, C., 1993. Aljabar Linier dengan Penerapannya, Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- Jacob, B., 1990. Linier Algebra, W.H. Freeman and Company, New York.
- Leon, S.J., 1999. Aljabar linier dan Aplikasinya, Erlangga, Jakarta.
- Strange, G., 1998. Introduction To Liner Algebra, from Wellesley- Cambrige-press.
- Sukarjono, 2004. Aljabar Linier 1, Yogyakarta.
- Suryadi H.S & Machmudi. S.H. 1998. Aljabar Linier & Geometri, Ghalia Indonesia, Jakarta.
- Surjadi, P.A., 1982. Aljabar Linier dan Ilmu Ukur Analitik, Djambatan, Bandung.

