KEKONVERGENAN SERAGAM DERET PANGKAT

TESIS

Oleh:
FITRIANI
BP: 06215076

PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008

Kekonvergenan Seragam Deret Pangkat

Oleh: Fitriani

(Dibawah bimbingan Muhafzan dan Haripamyu)

RINGKASAN

Bagian yang terpenting dari suatu deret adalah mengenai kekonvergenannya. Untuk menguji konvergen seragam dari deret fungsi dapat dilakukan dengan menggunakan Kriteria Cauchi, Weierstrass M-Test, Dirichlet's Tes, Abel's Test, dan lain sebagainya.

Klas penting dari deret fungsi yaitu deret pangkat yang bentuk umumnya adalah sebagai berikut:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-c)^n$$

dimana $a_n, c \in \Re$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

Dengan mengetahui kekonvergenannya deret pangkat dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang ditemui pada ilmu fisika dan ilmu teknik.

Tujuan dari kajian ini adalah untuk mengetahui "Apakah syarat yang harus dipenuhi oleh deret pangkat di atas sedemikian sehingga ia konvergen seragam untuk kasus $c = 0$. Diharapkan kajian ini dapat memberikan sumbangan terhadap perkembangan ilmu dan menambah khasanah ilmu tentang kekonvergenan seragam deret pangkat.

Untuk mencapai tujuan ini beberapa kajian yang berkaitan dengan kekonvergenan seragam deret dilakukan, seperti kekonvergenan seragam deret

Untuk mencapai tujuan ini beberapa kajian yang berkaitan dengan kekonvergenan seragam deret dilakukan, seperti kekonvergenan seragam deret fungsi. Khusus untuk kekonvergenan seragam deret pangkat digunakan Teorema Abel's.

Dari hasil kajian diperoleh kesimpulan bahwa:

Jika deret pangkat $\sum_{n=0}^{\infty}(a_n x^n)$ konvergen ke $f(x)$ untuk $|x| < 1$ dan $\sum_{n=0}^{\infty}(a_k)$ konvergen ke a, maka deret pangkat konvergen seragam pada I = [0,1] dan $\lim_{x \to 1^-} f(x) = a$.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Permasalahan

Barisan dan deret merupakan bagian yang sangat penting dalam matematika. Salah satu bentuk deret adalah deret fungsi yang bentuk umumnya adalah sebagai berikut;

$$\sum(f_n), \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(f_n), \qquad \text{atau} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} f_n$$

Bagian yang terpenting dari suatu deret fungsi adalah mengenai kekonvergenannya. Jika barisan jumlah parsial (S_n) konvergen ke fungsi f maka dikatakan deret fungsi $\sum_{n=1}^{\infty}(f_n)$ konvergen ke f pada D (Bartle,2000). Jika barisan (S_n) dari fungsi konvergen seragam pada D ke f, dikatakan $\sum_{n=1}^{\infty}(f_n)$ konvergen seragam pada D (Bartle, 2000).

Untuk menguji kekonvergenan seragam dari suatu deret fungsi dapat pula dilakukan dengan menggunakan Kriteria Cauchi, Weierstrass M-Test, Dirichlet's Test, Abel's Test dan lain sebagainya (Bartle, 1976).

Salah satu klas penting dari deret fungsi, yaitu deret pangkat yang bentuk umumnya adalah sebagai berikut:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-c)^n \tag{1.1.1}$$

dimana $a_n, c \in \Re$, $\quad n = 0, 1, 2, \ldots$

Disini $\Re$ menyatakan himpunan bilangan riil.

Tidak semua sifat umum deret fungsi berlaku pada deret pangkat (Bartle, 1976). Sifat penting dari deret pangkat secara garis besar adalah bahwa deret pangkat dapat diturunkan dan dapat diintegralkan suku demi suku pada selang kekonvergenannya. Sesuai dengan teorema diferensiasi bahwa sebuah deret pangkat dapat didiferensialkan suku demi suku dalam interval tertentu jika fungsi dan turunannya keduanya merupakan deret yang mempunyai jari-jari kekonvergenan yang sama, (Bartle,1976).

Banyak cara dapat dilakukan untuk menguji kekonvergenan deret pangkat, diantaranya adalah Teorema Cauchy-Hadamard dan Teorema Diferensiasi. Dengan mengetahui kekonvergenannya, deret pangkat dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang ditemui pada ilmu fisika dan ilmu teknik. Misalnya dalam menyelesaikan persamaan diferensial yang ada pada matematika teknik dengan menggunakan metode deret pangkat (Erwin, 1988).

Kekonvergenan seragam dari deret pangkat salah satunya adalah yang sesuai dengan teorema berikut:

Misalkan R adalah jari-jari kekonvergenan dari $\sum\left(a_n x^n\right)$ dan misalkan K himpunan kompak dari interval kekonvergenan (- R,R). Maka deret pangkat itu konvergen seragam pada K (Bartle, 1976).

Dalam hal ini penulis akan mengkaji kekonvergenan seragam dari deret pangkat (1.1.1). Tanpa mengurangi keumuman, dalam tesis ini hanya akan dikaji kekonvergenan deret pangkat (1.1.1) untuk kasus $c = 0$

BAB V
KESIMPULAN

Dari pembahasan dapat disimpulkan bahwa syarat yang harus dipenuhi oleh deret pangkat $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-c)^n$ dimana $a_n, c \in \Re$, $n = 0, 1, 2, \ldots$. untuk kasus $c = 0$ adalah sebagai berikut, yang dinyatakan dalam teorema Abel's yaitu : Misalkan deret pangkat $\sum_{n=0}^{\infty}(a_n x^n)$ konvergen ke $f(x)$ untuk $|x| < 1$ dan $\sum_{n=0}^{\infty}(a_k)$ konvergen ke a. Maka deret pangkat konvergen seragam pada $I = [\ 0,1\ ]$ dan $\lim_{x \to 1^-} f(x) = a$.

Jadi kesimpulannya adalah :

Jika

(1) $\sum_{n=0}^{\infty}(a_n x^n)$ konvergen ke $f(x)$ untuk $|x| < 1$ dan

(2) $\sum_{n=0}^{\infty}(a_k)$ konvergen ke a

Maka

$\sum_{n=0}^{\infty}(a_n x^n)$ konvergen seragam pada $I = [\ 0,1\ ]$ dan $\lim_{x \to 1^-} f(x) = a$.

DAFTAR PUSTAKA

Bartle, R.G. 1976. *The Elements Of Real Analysis.* Second Edition: John Wiley & Sons, Inc. New York.

-------,. 2000. *Introduction to Real Analysis.* Third Edition: John Wiley & Sons, Inc. New York.

Grossmann, S. I.1981 *Calculus Second Edition*: Academic Press. Inc. New York.

Kreyszig, E. 1988 *Advanced Engineering Mathematics*, Sixth Edition: Erlangga, Jakarta.

Royden,H.L. 1988 *Real Analysis*, Third Edition: Prentice-Hall,Inc. New Jersey.

Spiegel, M.R1986 *Kalkulus Lanjutan* : Erlangga, Jakarta.

Salas, S. L. dan Hill, E.1982. *Calculus One and Several Variables*, 6th Edition : Jhon Wiley & Sons, Inc. Canada