MENENTUKAN NILAI EKSTRIM DENGAN MENGGUNAKAN METODE LAGRANGE

TESIS

Oleh :

TUKINO
06215017

PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008

Menentukan Nilai Ekstrim Dengan Menggunakan Metode Lagrange

Oleh : T u k i n o.

(Dibawah bimbingan Susila Bahri dan Budi Rudianto)

RINGKASAN

Matematika memegang peranan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Salah satu bagian matematika yang banyak dipelajari dan dipakai dalam ilmu – ilmu terapan adalah Kalkulus. Diantara penggunaan Kalkulus yang sangat penting adalah mencari nilai maksimum atau minimum (nilai ekstrim) suatu fungsi.

Untuk mencari nilai ekstrim fungsi $f(x,y)$ pada suatu lengkungan yang didefenisikan berdasarkan persamaan $g(x,y) = C$ dengan nilai C adalah konstanta, dapat diselesaikan sebagai ekstrimum satu variabel. Tetapi jika fungsi f tersebut mempunyai syarat lebih dari satu batasan maka untuk mencari nilai ekstrim dapat dilakukan dengan menggunakan Metode Penggali Lagrange.

Tujuan dari penelitian ini untuk menjelaskan bagaimana menggunakan Metode Lagrange dalam menentukan nilai ekstrim untuk fungsi yang turunan pertamanya kontinu dengan dua dan tiga batasan.

Penelitian ini dilakukan dengan metode studi literatur bertempat di perpustakaan Universitas Andalas dengan langkah- langkah mengembangkan teorema Langgrange sehingga dapat digunakan untuk menentukan nilai ekstrim fungsi yang turunan pertamanya kontinu dengan tiga variabel yang mempunyai dua dan tiga batasan. Kemudian menentukan nilai ekstrim fungsi yang turunan pertamanya

kontinu yang mempunyai dua dan tiga batasan tersebut.

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa masalah optimasi suatu fungsi $f(x,y)$ yang dikenai kendala $g(x,y)=0$ adalah menentukan dimana fungsi tersebut mencapai maksimum dan minimum disepanjang kurva perpotongan. Kemudian misalkan nilai ekstrim $f(x,y,z)$ dengan syarat $g_3(x,y,z) = C_1$ dan $g_2(x,y,z) = C_2$ terjadi pada titik P dengan $\nabla g_1(P) \neq 0$ dan $\nabla g_2(P) \neq 0$ dan tak saling paralel maka ada λ_1 dan λ_2 sehingga

$$\nabla f(P) = \lambda_1 \nabla g_1(P) + \lambda_2 \nabla g_2(P).$$

Sedangkan untuk tiga fungsi, misalkan nilai ekstrim $f(x,y,z)$ dengan syarat $g_3(x,y,z) = C_1$, $g_2(x,y,z) = C_2$ dan $g_3(x,y,z) = C_3$ terjadi pada titik P dengan $\nabla g_1(P) \neq 0$ $\nabla g_2(P) \neq 0$, $\nabla g_3(P) \neq 0$ dan tak saling paralel maka ada λ_1, λ_2 dan λ_3 sehingga

$$\nabla f(P) = \lambda_1 \nabla g_1(P) + \lambda_2 \nabla g_2(P) + \lambda_3 \nabla g_3(P).$$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang.

Matematika memegang peranan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Matematika yang merupakan bahasa teknologi dapat membantu menyelesaikan masalah yang dapat diterjemahkan dalam bahasa matematika sehingga dapat diselesaikan dengan baik dan logis.

Kalkulus merupakan bagian matematika yang banyak dipelajari dan dipakai dalam ilmu – ilmu terapan. Salah satu penggunaan Kalkulus yang sangat penting adalah mencari nilai maksimum atau minimum (nilai ekstrim) suatu fungsi.

Untuk mencari nilai ekstrim fungsi $f(x,y)$ pada suatu lengkungan yang didefenisikan berdasarkan persamaan $g(x,y)=C$ dengan nilai C adalah konstanta, dapat diselesaikan sebagai masalah ekstrim satu variabel. Pertama persamaan $g(x,y)=C$ diubah menjadi bentuk $y=\phi(x)$. Kemudian dengan mensubsitusikan ke f, masalah diatas dapat diganti menjadi penentuan nilai ekstrim $f(x,\phi(x))$ pada suatu interval di R. Tetapi cara ini tidak praktis sebab untuk menyelesaikan persamaan $g(x,y)=C$ tersebut sering kali tidak dapat dilakukan secara eksplisit apalagi fungsi f tersebut mempunyai syarat lebih dari satu batasan. Untuk mengatasi masalah diatas, ada metode lain yang dapat membantu cara mencari nilai ekstrim dengan batasan lebih dari satu yaitu dengan Metode Penggali Lagrange.

1.2. Rumusan Masalah.

. Metode Lagrange adalah cara yang dapat digunakan untuk menentukan nilai ekstrim suatu fungsi. Oleh karena itu, yang menjadi rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana cara menentukan nilai ekstrim suatu fungsi dengan menggunakan metode Lagrange yang mempunyai batasan lebih dari satu. Fungsi yang dibahas adalah fungsi yang turunan pertamanya kontinu dan batasan yang digunakan untuk menentukan nilai ekstrim (nilai maksimum dan minimum) hanya dua dan tiga batasan.

1.3. Tujuan Penulisan.

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk menjelaskan bagaimana menggunakan Metode Lagrange dalam menentukan nilai ekstrim untuk fungsi yang turunan pertamanya kontinu dengan dua dan tiga batasan.

1.4. Manfaat Penelitian.

Tulisan ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi perkembangan ilmu selanjutnya

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Dari pembahasan diatas maka dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut :

1. Masalah optimasi suatu fungsi $f(x,y)$ yang dikenai kendala $g(x,y)=0$ adalah menentukan dimana fungsi tersebut mencapai maksimum dan minimum disepanjang kurva perpotongan. Metode Lagrange menyediakan prosedur aljabar untuk menentukan nilai maksimum dan minimum tersebut.
2. Misalkan nilai ekstrim $f(x,y,z)$ dengan syarat $g_3(x,y,z) = C_1$ dan $g_2(x,y,z) = C_2$ terjadi pada titik P dengan $\nabla g_1(P) \neq 0$ dan $\nabla g_2(P) \neq 0$ dan tak saling paralel maka ada λ_1 dan λ_2 sehingga

$$\nabla f(P) = \lambda_1 \nabla g_1(P) + \lambda_2 \nabla g_2(P)$$

3. Misalkan nilai ekstrim $f(x,y,z)$ dengan syarat $g_3(x,y,z) = C_1$, $g_2(x,y,z) = C_2$ dan $g_3(x,y,z) = C_3$ terjadi pada titik P dengan $\nabla g_1(P) \neq 0$, $\nabla g_2(P) \neq 0$, $\nabla g_3(P) \neq 0$ dan tak saling paralel maka ada λ_1, λ_2 dan λ_3 sehingga

$$\nabla f(P) = \lambda_1 \nabla g_1(P) + \lambda_2 \nabla g_2(P) + \lambda_3 \nabla g_3(P)$$

5.2. Saran – saran.

1. Untuk menyelesaikan problem – problem yang berkaitan dengan mencari nilai optimum suatu fungsi yang dikenai kendala lebih dari satu fungsi maka dapat diselesaikan dengan menggunakan metode Lagrange.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

Ayres, Frank. (1990). *Persamaan Diferensial*. Jakarta : Erlangga.

Basuni, H.M. Hasyim. (2005). *Kalkulus*. Jakarta : Universitas Indonesia.

Kasim, Musliar (1997). *Pedoman Penulisan Proposal Penelitian dan Tesis* :Universitas Andalas.

Purcel, Varberg, Rigdon. (2003). *Kalkulus*. Jakarta : Erlangga.

Purcel, Verberg. (1999). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jakarta : Erlangga.

Setiya Budhi, Wono. (2001). *Kalkulus Peubah Banyak dan Penggunaanya*. Bandung : ITB Bandung.