

GRUP MATRIKS ORTOGONAL



TESIS

Oleh :

GUNAWAN
NIM : 06215097



PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS

2008

GRUP MATRIKS ORTOGONAL

Oleh: *Gunawan*

(Di bawah bimbingan Dr.Muhafzan, M.Si. dan Nova Noliza Bakar, M.Si)

RINGKASAN

Konsep grup mulai dikenal setelah E.Galois, seorang ilmuan Perancis (1811-1832) dapat membuktikan suatu teori bahwa persamaan polinom dengan pangkat lebih besar atau sama dengan 5, tidak mungkin dapat diselesaikan dengan radikal, dan pembuktiannya memperkenalkan suatu grup permutasi tertentu

Pada perkembangannya, teori grup banyak digunakan pada pengembangan geometri, analisis, dan topologi. Pada abad dua puluhan, teori grup dipakai diberbagai bidang pada fisika seperti Kristalografi, Quantum Mekanik dan teori Partikel

Untuk lebih memahami tentang konsep grup ini, Penulis membahas suatu sifat grup yaitu grup matriks ortogonal.

Misalkan A adalah suatu matriks $n \times n$, A disebut matriks ortogonal jika $A^t = A^{-1}$ atau $A^t A = A A^t = I$

Adapun sifat-sifat grup yang dibahas dalam tesis ini adalah:

Jika $O(n, R)$ menyatakan himpunan semua matriks $n \times n$ yang ortogonal, apakah $O(n, R)$ merupakan subgrup dari grup matriks $n \times n$ yang determinannya tidak nol? yaitu apakah $O(n, R)$ membentuk grup terhadap operasi perkalian matriks? Pada penelitian ini akan dibahas fakta-fakta yang berkaitan dengan $O(n, R)$.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aljabar abstrak merupakan bentuk perumuman dari bentuk aljabar yang diajarkan pada tingkat persekolahan (sekolah dasar dan menengah). Pada tingkat persekolahan dipandang bahwa aljabar bilangan, aljabar fungsi, dan aljabar matriks sebagai hal yang berbeda, tetapi sebenarnya terdapat struktur yang sama diantara bentuk-bentuk aljabar tersebut, yaitu mempunyai struktur grup.

Konsep grup mulai dikenal setelah E.Galois, seorang ilmuan Perancis (1811-1832) dapat membuktikan suatu teori bahwa persamaan polinom dengan pangkat lebih besar atau sama dengan 5, tidak mungkin dapat diselesaikan dengan radikal, dan pembuktiannya memperkenalkan suatu grup permutasi tertentu (Mukhlisah Nurul,2005).

Pada perkembangannya, teori grup banyak digunakan pada pengembangan geometri, analisis, dan topologi. Pada abad dua puluhan, teori grup dipakai diberbagai bidang pada fisika seperti Kristalografi, Quantum Mekanik dan teori Partikel (Mukhlisah Nurul,2005).

Untuk lebih memahami tentang konsep grup ini, Penulis membahas suatu sifat grup yaitu grup matriks ortogonal. Menurut Khanna & Bhambri (1993), himpunan semua matriks $n \times n$ membentuk grup terhadap operasi penjumlahan matriks, dan himpunan semua matriks $n \times n$ dengan determinan tak nol membentuk grup terhadap operasi perkalian matriks.

Misalkan A adalah suatu matriks $n \times n$. A disebut matriks ortogonal jika $A^t = A^{-1}$ atau $A^t A = A A^t = I$ (Anton & Rorres, 2004). Jika $O(n, \mathbb{R})$ menyatakan himpunan semua matriks $n \times n$ yang ortogonal, apakah $O(n, \mathbb{R})$ merupakan subgrup dari grup matriks $n \times n$ yang determinannya tidak nol? yaitu apakah $O(n, \mathbb{R})$ membentuk grup terhadap operasi perkalian matriks? Pada penelitian ini akan dibahas fakta-fakta yang berkaitan dengan $O(n, \mathbb{R})$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah sifat-sifat apa saja yang dimiliki oleh grup matriks ortogonal.

Masalah yang dibahas dalam tulisan ini dibatasi tentang Grup dari matriks yang determinannya tidak nol, Subgrup, Koset, subgrup normal, grup faktor, pemetaan homomorfisma dan periode suatu unsur pada grup faktor.

1.3 Manfaat Penulisan

Penulisan ini diharapkan dapat memperluas wawasan penulis maupun pembaca dalam memahami grup terutama grup matriks ortogonal.

1.4 Tujuan Penulisan

Tulisan ini bertujuan untuk mengetahui tentang sifat-sifat grup matriks ortogonal.

BAB V KESIMPULAN

Dari pembahasan pada bab IV dapat diambil beberapa kesimpulan, yaitu :

1. Jika A matriks ortogonal maka $\det(A) = \pm 1$.
2. Jika $\mathbf{O}(n, \mathbf{R})$ menyatakan himpunan matriks ortogonal $n \times n$ dengan entri-entri bilangan riil, maka $\mathbf{O}(n, \mathbf{R})$ membentuk grup terhadap operasi perkalian matriks.

$$3. \text{ Jika } \mathbf{GL}(n, \mathbf{R}) = \left. A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \det(A) \neq 0 \right\} \text{ maka}$$

$\mathbf{GL}(n, \mathbf{R})$ membentuk grup terhadap operasi perkalian matriks.

4. $\mathbf{O}(n, \mathbf{R})$ merupakan subgrup dari $\mathbf{GL}(n, \mathbf{R})$.
5. Jika $M \in \mathbf{O}(n, \mathbf{R})$ dengan $\det(M) = 1$ dan M tetap, maka pemetaan $f : \mathbf{O}(n, \mathbf{R}) \rightarrow \mathbf{O}(n, \mathbf{R})$, dengan $f(A) = MAM^{-1}$ untuk setiap $A \in \mathbf{O}(n, \mathbf{R})$ merupakan pemetaan isomorfisma.
6. Jika $\mathbf{SO}(n, \mathbf{R})$ merupakan himpunan semua matriks ortogonal yang determinannya sama dengan satu maka $\mathbf{SO}(n, \mathbf{R})$ merupakan subgrup normal dari $\mathbf{O}(n, \mathbf{R})$.
7. Misalkan $G = \mathbf{O}(n, \mathbf{R})$ dan $N = \mathbf{SO}(n, \mathbf{R})$ grup faktor dari G oleh N adalah $G/N = \{NA \mid A \in G\}$, Periode dari N dan NA masing-masing adalah 1 dan 2.

DAFTAR PUSTAKA

1. Anton, H. dan Rorres, C. (2004). *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta: Erlangga.
2. Arnawa, I M. (2006). *Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Mahasiswa dalam Aljabar Abstrak melalui pembelajaran Berdasarkan Teori APOS*. Disertasi SPS UPI. Bandung: Tidak diterbitkan.
3. Dubinsky, E. dan Leron, U. (1994). *Learning Abstract Algebra with ISETL*. New York: Springer-Verlag.
4. Durbin, J.R. (1992). *Modern Algebra*. New York: John Wiley dan Sons.
5. Fraleigh, J.B. (1994). *A first Course in Abstract Algebra*. New York: Addison-Wesley.
6. Herstein, I.N. (1975). *Topics in Algebra*. New York: John Wiley dan Sons.
7. Herstein, I.N. (1990). *Abstract Algebra*. New York: Macmillan Publishing Company.
8. Khanna, V.J. dan Bhambri, S.K. (1993). *A Course in Abstract Algebra*. New Delhi: Vikas Publishing House.
9. Muchlisah, N (2005). *Teori Grup dan terapannya*. Lembaga Pengembangan Pendidik. UPT UNS, Surakarta.
10. Raisinghania, M.D. dan Aggarwal, R.S. (1980). *Modern Algebra*. New Delhi: S. Chand dan Company.

MILIK
UPT PERPUSTAKAAN
UNIVERSITAS ANDALAS