BILANGAN RAMSEY $R(C_n \; atau \; K_{n-1}, K_m)$

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh:

FADHILAH SYAMSI
06 134 040

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2010

ABSTRAK

Diberikan graf lingkaran C_n, graf lengkap K_{n-1} dan K_m dengan n, m bilangan asli. Bilangan Ramsey $R(C_n\ atau\ K_{n-1}, K_m)$ adalah bilangan asli terkecil p sedemikian sehingga, sembarang graf G dengan p titik memenuhi kondisi berikut: G memuat graf lingkaran C_n atau G memuat graf lengkap K_{n-1}, atau G memuat himpunan bebas dengan order m. Dalam penelitian ini, akan ditunjukkan bahwa bilangan Ramsey $R(C_n\ atau\ K_{n-1}, K_3) = 2(n-2)+1$ untuk $n \geq 5$, $R(C_5\ atau\ K_4, K_4) = 11$, $R(C_6\ atau\ K_5, K_4) = 14$ dan $R(C_n\ atau\ K_{n-1}, K_4) = 3(n-2)+1$ untuk $n \geq 7$.

Kata kunci: *Bilangan Ramsey, Graf Lingkaran, dan Graf Lengkap.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

"Ketika seseorang ingin mengadakan pesta yang di dalam pesta tersebut ia menginginkan terdapatnya tiga orang saling kenal atau tiga orang tidak saling kenal, berapa paling sedikit orang yang harus diundang agar keinginannya itu dijamin terpenuhi?" Untuk menjawab pertanyaan ini, teori yang dibuktikan oleh F.P. Ramsey pada tahun 1930 dalam salah satu papernya dapat menjawab pertanyaan di atas [4].

F.P. Ramsey menunjukkan bahwa, untuk setiap bilangan asli n terdapat bilangan asli $R(n)$ sedemikian sehingga, jika sisi-sisi graf lengkap dengan $R(n)$ titik diwarnai dengan warna merah atau biru, maka graf tersebut akan selalu memuat graf lengkap K_n merah atau K_n biru sebagai subgraf. Bilangan $R(n)$ ini kemudian disebut sebagai *bilangan Ramsey*.

Kemudian, permasalahan ini diperluas oleh Erdös dan Szekeres pada tahun 1935. Mereka membuktikan bahwa, jika diberikan dua buah bilangan asli a dan b dengan $a, b \geq 2$, maka terdapat bilangan asli $R(a, b)$ sedemikian sehingga, sisi-sisi dari graf lengkap dengan $R(a, b)$ titik diwarnai dengan warna merah atau biru, maka graf tersebut selalu memuat graf lengkap K_a merah atau K_b biru sebagai subgraf.

Pada permasalahan di atas, jika setiap orang dinotasikan sebagai suatu titik dan setiap dua orang saling kenal dinotasikan sebagai suatu sisi dengan warna merah, sedangkan setiap dua orang tidak saling kenal dinotasikan sebagai suatu sisi dengan warna biru, maka tiga orang saling kenal identik dengan K_3 merah dan

tiga orang tidak saling kenal identik dengan K_3 biru. Dengan demikian, apabila dikaitkan dengan teori Ramsey, minimal banyaknya orang yang harus diundang sama halnya dengan menentukan bilangan Ramsey $R(3,3)$. Sayangnya, sampai saat ini nilai eksak $R(K_n, K_m)$ belum diketahui, kecuali untuk $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ berpasangan dengan $m = 3$ dan $n = 4, 5$ berpasangan dengan $m = 4$ [6]. Bilangan Ramsey $R(K_n, K_m) = R(m, n)$ ini disebut bilangan Ramsey klasik. Terlihat bahwa masih sedikit sekali bilangan Ramsey klasik ini ditemukan hingga saat ini, yaitu hanya sembilan bilangan Ramsey klasik.

Pada perkembangan selanjutnya, salah satu upaya untuk mendekati bilangan Ramsey klasik ini adalah mengkaji bilangan Ramsey graf yang tak lengkap. Diberikan dua graf G dan H, bilangan Ramsey $R(G, H)$ adalah bilangan asli terkecil n sedemikian sehingga setiap graf F dengan n titik akan memuat G atau $\bar{F}$ memuat H.

Pada penelitian ini, akan dikaji bilangan Ramsey untuk kombinasi graf lingkaran dan graf lengkap. Pada tahun 1976 R.H. Schelp dan R.J. Faudree mengemukakan masalah sebagai berikut:

Apakah persamaan $R(C_n \text{ atau } K_{n-1}, K_m) = (n-2)(m-1) + 1$ *berlaku untuk* $n \geq m$?

Permasalahan tersebut di jawab oleh Yang Jiang Sheng dan Huang Yi Ru pada tahun 2000 dengan menyatakan bahwa persamaan tersebut salah untuk $m \leq n \leq 2(m-1)$.

1.2 Permasalahan

Diberikan graf lingkararan C_n $(n \geq 3)$ atau graf lengkap K_{n-1} dan K_m dengan n, m bilangan asli. Tentukan bilangan asli terkecil

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh pada Bab III, dapat disimpulkan bahwa bilangan Ramsey $R(C_n\ atau\ K_{n-1}, K_3) = 2(n-2)+1$ untuk $n \geq 5$, $R(C_5\ atau\ K_4, K_4) = 11$, $R(C_6\ atau\ K_5, K_4) = 14$ dan $R(C_n\ atau\ K_{n-1}, K_4) = 3(n-2)+1$ untuk $n \geq 7$.

4.2 Saran

Karena masih begitu banyak bilangan-bilangan Ramsey yang belum ditemukan, maka penulis menyarankan untuk mengkaji bilangan Ramsey $R(C_n\ atau\ K_{n-1}, K_m)$ untuk $m \geq 5$.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

[1] Chartrand, G. and P. Zhang. 2005. *Introduction to Graph Theory*. McGraw-Hill Press, Boston

[2] Bondy, J.A. 1971. Pancyclic graphs I. *Journal of Combinatorical Theory*. **11**: 80-84

[3] Hartsfield, N. and G. Ringel. 1994. *Pearls in Graph Theory A Comprehensive Introduction Revise and Augmented.* Academic Press, San Diego

[4] Hasmawati. 2004. Bilangan Ramsey untuk Graf Bintang terhadap Graf Roda. *Tesis-S2*, tidak diterbitkan.

[5] Radziszowski, S. P. 2009. Small Ramsey numbers. *Electron. J. Combin.* DS1.12

[6] Schelp R.H. and R.J Faudree. 1978. Some Problems in Ramsey Theory. *LNM 642 Springer, Berlin*. 500-515

[7] West, D.B. 2001. *Introduction to Graph Theory*.Prentice-Hall, United States of America

[8] Yang J.S., Huang Y.R. and Zhang K.M. 1999. The value of Ramsey number $R(C_n, K_4)$ is $3(n-1)+1$ $(n \geq 4)$. *Australasian. J. Combinatorics*. **20**: 205-206

[9] Yang J.S., Huang Y.R. and Zhang K.M. 2000. On the Ramsey number $(C_n \text{ or } K_{n-1}, K_m)$ $(m = 3, 4)$. *Australasian. J. Combinatorics*. **22**: 307-311