BILANGAN RAMSEY UNTUK KOMBINASI GRAF BINTANG DAN GRAF RODA DENGAN JUMLAH TITIK GANJIL

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh:

YUSRA AINI QADRI
05934010

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVESITAS ANDALAS
PADANG
2010

ABSTRAK

Diberikan graf G dan H, bilangan Ramsey $R(G,H)$ adalah bilangan bulat terkecil n sedemikian hingga untuk setiap graf lengkap F dengan n titik senantiasa memuat graf G atau komplemen dari F memuat H sebagai subgraf. Pada skripsi ini, akan ditunjukkan bilangan Ramsey $R(W_m, S_n) = 3n - 2$ untuk untuk $n = m$, $n + 2$, $m \geq 7$ dan ganjil, dimana W_m adalah graf roda dengan m titik, dan S_n adalah graf bintang dengan n titik.

Kata kunci : *bilangan Ramsey, graf bintang, graf roda.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

"Ketika seseorang ingin mengadakan pesta, di dalam pesta tersebut Ia menginginkan terdapatnya tiga orang saling kenal atau tiga orang tidak saling kenal, maka minimal berapa orangkah yang harus diundang agar keinginannya itu dijamin terpenuhi?" Untuk menjawab pertanyaan ini, teori yang dibuktikan oleh Frank Plumpton Ramsey pada tahun 1930 dalam salah satu papernya [9] dapat menjawab pertanyaan di atas.

F.P. Ramsey menunjukkan bahwa untuk setiap bilangan asli n, terdapat bilangan asli $R(n)$ sedemikian sehingga, jika sisi-sisi dari graf lengkap dengan $R(n)$ titik diwarnai dengan warna merah atau biru, maka graf tersebut akan selalu memuat graf lengkap K_n merah atau K_n biru sebagai subgraf. Bilangan asli $R(n)$ ini disebut bilangan Ramsey (*Ramsey numbers*), dengan notasi $R(K_a, K_b)$. Selanjutnya bilangan Ramsey $R(K_a, K_b)$ disebut *bilangan Ramsey klasik*. $R(K_a, K_b)$ dapat juga ditulis $R(a, b)$. Kemudian, permasalahan ini diperluas oleh Erdos dan Szekeres pada tahun 1935 [5]. Mereka membuktikan bahwa, jika diberikan dua buah bilangan asli a dan b dengan $a, b \geq 2$, maka terdapat bilangan asli $R(a, b)$ sedemikian sehingga, sisi-sisi dari graf lengkap dengan $R(a, b)$ titik diwarnai dengan warna merah atau biru, maka graf tersebut selalu memuat graf lengkap K_a merah atau $K_b$biru sebagai subgraf.

Pada permasalahan di atas, jika setiap orang dinotasikan sebagai suatu titik dan setiap dua orang saling kenal dinotasikan sebagai suatu sisi dengan warna merah, sedangkan setiap dua orang tidak saling kenal dinotasikan sebagai suatu sisi dengan warna biru, maka tiga orang saling kenal identik dengan K_3 merah dan tiga orang tidak saling kenal identik dengan K_3 biru. Dengan demikian, apabila dikaitkan dengan teori Ramsey, minimal banyaknya orang yang harus diundang sama halnya dengan menentukan bilangan Ramsey $R(3,3)$. Sampai saat ini nilai eksak $R(K_n, K_m)$ belum diketahui, kecuali untuk $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ berpasangan dengan $m = 3$ dan $n = 4, 5$ berpasangan dengan $m = 4$. Terlihat bahwa masih sedikit sekali bilangan Ramsey klasik ditemukan hingga saat ini, yaitu hanya sembilan bilangan Ramsey klasik.

Pada perkembangan selanjutnya, bilangan ramsey tidak hanya terbatas pada graf lengkap saja, tetapi juga telah diperumum untuk graf lainnya. Skripsi ini akan membahas bilangan Ramsey untuk kombinasi graf bintang dan graf roda $R(W_m, S_n)$.

Hasmawati pada tesis S2nya tahun 2004 [6] mengkaji bilangan Ramsey untuk graf bintang terhadap graf Roda. Hasmawati mendapatkan $R(S_4, W_m) = 3 + m$ untuk $m \geq 6$, $R(S_5, W_6) = 11$, $R(S_5, W_7) = 13$, $R(S_5, W_m) = m + 3$ untuk m genap dan $m \geq 8$, $R(S_5, W_m) = m + 4$ untuk m ganjil dan $m \geq 8$, $R(S_6, W_7) = 16$, $R(S_6, W_8) = 14$, $R(S_6, W_m) = 5 + m$ untuk $m \geq 10$, Jika $m \geq 2n - 2$ dan $n \geq 4, R(S_n, W_m) = m + n - 2$ untuk n ganjil dan m genap dan jika $m \geq 2n - 2$ dan $n \geq 4, R(S_n, W_m) = m + n - 1$ untuk hal yang lainnya.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Dari hasil yang didapatkan pada pembahasan di Bab III dapat diambil suatu kesimpulan bahwa:

1. $R(W_{2n+1}, S_{2n+1}) = 6n + 1$ dan
2. $R(W_{2n+1}, S_{2n+3}) = 6n + 7$

untuk $n \geq 3$.

4.2 Saran

Karena masih begitu banyak bilangan-bilangan Ramsey yang belum ditemukan, maka penulis menyarankan untuk mengkaji bilangan Ramsey untuk kombinasi graf bintang dan graf roda dengan jumlah titik genap.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

[1] Baskoro, E. T. 2007. Mengenalkan Indonesia Melalui Teori Graf. Pidato Ilmiah Guru Besar Institut Teknologi Bandung.

[2] Baskoro, E. T., Surahmat, Nababan, S. M., Miller, M., *On Ramsey Numbers for Tree Versus Wheels of Five or Six Vertices, Graph Theory and Discrete Geometry* (Manila, 2001), *Graph Combin.* 18 (4) (2002) 717-721.

[3] Chartrand, G. and P. Zhang. 2005. *Introduction to Graph Theory*. McGraw-Hill Press, Boston.

[4] Chavatal, V., Harary, F., 1972. *Generalized Ramsey Theory for Graphs, III. Small Off-Diagonal Numbers*, Pacific J. Math. **41**: 335-345.

[5] Erdos, P. dan Szekeres, G. 1935. *A Combinatorial Problem in Graph. Compo. Math.* **2**: 463-470.

[6] Hasmawati. 2004. Bilangan Ramsey untuk Graf Bintang terhadap Graf Roda. *Tesis-S2*, tidak diterbitkan

[7] Korolova, A. 2005. *Ramsey Numbers of Stars Versus Whells of similar sizes. Journal of Dicrete Mathematics*. **292**: 107-117.

[8] Radziszowski, S. P. 2009. Small Ramsey Numbers. *Electron J. Combin.* DS1.12.

[9] Ramsey, F. P. 1930. On A Problem in Formal Logic, Proc. London Math, Soc., **30**: 264-286.

[10] Rosyida, I. 2004. Bilangan Ramsey untuk Kominasi Graf Bintang dan Graf Bipartit Lengkap. *Tesis-S2,* tidak diterbitkan.

[11] Surahmat, Baskoro, E. T., Broersma, H. J., *The Ramsey Numbers of Large Star-Like Trees Versus Large Odd Wheels*, University of Twende Memorandum No. 1621, March 2002.

[12] Surahmat, Baskoro, E. T., *On The Ramsey Number of A Path or A Star Versus* W_4 *or* W_5, in: Proceedings of The 12th Australasian Workshop on Combinatorial Algorithms, Bandung, Indonesia, Juli 14-17, 2001, pp. 174-179.