BILANGAN KROMATIK LOKASI UNTUK GRAF G DENGAN $G \backslash \{v\}$ MERUPAKAN GRAF MULTIPARTIT LENGKAP

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

OLEH :

TIKA SUCI PRAMANA
BP. 07 134 039

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG

2011

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bilangan kromatik lokasi dari suatu graf terhubung G yang memuat subgraf yang diinduksi H dari graf G sedemikian sehingga $H = G - v$ berupa graf multipartit lengkap dengan $v \in V(G)$. Konsep yang digunakan dalam penelitian ini adalah konsep himpunan lokasi (*locating set*), dengan konsep ini memungkinkan setiap titik $v \in V$ mempunyai representasi yang berbeda.

Untuk suatu pewarnaan c pada graf terhubung G, misalkan $\Pi = \{C_1, C_2, \ldots, C_k\}$ adalah partisi terurut dari $V(G)$ ke dalam kelas-kelas warna yang dihasilkan. Untuk suatu titik v di G, kode warna $c_{\Pi}(v)$ dari titik $v \in (G)$ adalah k-vektor terurut

$$(d(v, C_1), d(v, C_2), \ldots, d(v, C_k)),$$

dimana $d(v, C_i) = min\{d(v, x) | x \in C_i\}$ untuk $1 \le i \le k$. Jika setiap titik yang berbeda di G memiliki kode warna yang berbeda terhadap Π, maka c disebut pewarnaan lokasi (*locating coloring*) bagi G. Hal ini menunjukkan bahwa, jika G adalah graf terhubung dengan orde $n \ge 3$ dan $v \in V(G)$ sedemikian sehingga $G - v$ adalah graf multipartit lengkap, maka untuk setiap bilangan bulat k dengan $\frac{(n+1)}{2} \le k \le n$, terdapat suatu graf G dengan orde n dan $\chi_L(G) = k$.

Kata kunci : *Bilangan kromatik lokasi, Himpunan lokasi, Pewarnaan lokasi.*

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Untuk himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ dari titik-titik pada graf terhubung G dan misal $v \in V(G)$. K-vektor (k-tupel terurut) $c_W(v)$ dari v yang berkaitan dengan W didefinisikan oleh

$$c_W(v) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k)),$$

dimana $d(v, w_i)$ adalah jarak antara v dan w_i $(1 \le i \le k)$. Himpunan W disebut himpunan lokasi (*locating set*) jika k-vektor $c_W(v)$, $v \in V(G)$ saling berbeda.

Pada tahun 1993, Johnson, seorang kimiawan pada perusahaan farmasi, menggunakan konsep *locating set* ini untuk menyelesaikan masalah representasi dan klasifikasi senyawa kimia [7]. Dengan konsep ini, senyawa kimia direpresentasikan secara unik sebagai obyek matematis. Senyawa kimia direpresentasikan dalam bentuk graf, titik - titik graf menyatakan atom dan sisi-sisi graf menyatakan ikatan valensi antara dua atom. Jika V adalah himpunan semua titik pada graf G, dan W adalah himpunan terurut sejumlah titik dimana $W \subseteq V$, dengan menghitung jarak setiap titik $v \in V$ terhadap setiap titik $w \in W$, konsep *locating set* memungkinkan setiap titik $v \in V$ mempunyai representasi berbeda. Jika dua senyawa kimia mempunyai jarak v ke w yang sama, untuk setiap $v \in V$ dan $w \in W$, maka senyawa tersebut dalam satu klasifikasi.

Di samping dalam bidang kimia, konsep *locating set* juga diimplementasikan pada sistem navigasi, perancangan sensor pada suatu gedung, navigasi robot dan jaringan.

Chartrand dkk [2] melakukan pengelompokan titik - titik pada suatu graf G dengan mempartisi semua titik di G menjadi dua partisi atau lebih berdasarkan pewarnaan titik dari graf G tersebut, untuk merepresentasikan titik - titik pada graf G. Jika $v \in V(G)$ dan $C_i \subseteq V(G)$ merupakan himpunan titik di G yang berwarna i, maka jarak antara v dan C_i didefinisikan sebagai $\min\{d(v,x)|x \in C_i\}$. Jika $\Pi = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ adalah partisi terurut dari $V(G)$ berdasarkan suatu pewarnaan titik dan $v \in V$, maka representasi v terhadap Π (disebut kode warna dari v, dengan notasi $c_\Pi(v)$, adalah vektor panjang-k $(d(v,C_1), d(v,C_2), \dots, d(v,C_k)$. Jika setiap titik yang berbeda mempunyai kode warna yang berbeda terhadap Π, maka c disebut pewarnaan lokasi (*locating coloring*) bagi G (atau secara ekivalen, Π disebut himpunan lokasi (*locating set*) bagi G). Pewarnaan lokasi yang memuat sebanyak minimum warna disebut pewarnaan lokasi minimum, dan kardinalitasnya disebut bilangan kromatik lokasi (*locating chromatic number*) dari G, dinotasikan dengan $\chi_L(G)$.

1.2 Perumusan Masalah

Misalkan diberikan suatu graf terhubung G. Permasalahan yang dibahas dalam skripsi ini adalah bagaimana menentukan bilangan kromatik lokasi dari suatu graf G yang memuat subgraf yang diinduksi H dari graf G.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam skripsi ini, masalah penentuan bilangan kromatik lokasi dari suatu graf terhubung G yang memuat subgraf yang diinduksi H dari graf G ini dibatasi hanya untuk $H = G - v$ berupa graf multipartit lengkap dengan $v \in V(G)$.

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh pada Bab III, dapat disimpulkan bahwa bilangan kromatik lokasi dari suatu graf terhubung G dengan orde $n \geq 3$ dan $v \in V(G)$ sedemikian sehingga $G - v$ merupakan graf multipartit lengkap, adalah $\chi_L(G) = \sigma(G)$, jika dan hanya jika salah satu dari dua syarat berikut terpenuhi :

1. untuk setiap bilangan bulat i dengan $1 \leq i \leq k$, $a_i \in \{0, n_i\}$ dan terdapat paling sedikit dua bilangan bulat yang berbeda j, j' dengan $1 \leq j, j' \leq k$ untuk $a_j = a_{j'} = 0$
2. terdapat tepat satu bilangan bulat j dengan $1 \leq j \leq k$ sehingga $0 < a_j < n_j$, dan $a_j < \left\lceil \frac{n_j}{2} \right\rceil$ untuk bilangan bulat j

atau $\chi_L(G) = \sigma(G) + 1$, dengan $\frac{n+1}{2} \leq \chi_L(G) \leq n$.

4.2 Saran

Karena masih banyak bilangan kromatik lokasi yang belum ditemukan. Untuk selanjutnya, penulis menyarankan untuk mengkaji bilangan kromatik lokasi dari graf terhubung G dengan subgraf yang diinduksi berupa graf lengkap, lingkaran, lintasan, atau gabungan dari graf lengkap dan lintasan.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Chartrand, G. and O.R. Oellermann,.1993. *Applied and Algorithmic Graph Theory.* McGra-Hill, Inc., United States

[2] Chartrand, G., dkk. 2002. The locating-chromatic number of a graph. *Bull. Inst. Combin. Appl.* **36** : 89-101.

[3] Chartrand, G., dkk. 2003. Graphs of order n with locating-chromatic number $n-1$. *Science Direct, Discrete Math.* **269** : 65-79.

[4] Harju, Tero. 2007. *Graph Theory.* University of Turku, Finland

[5] Hartsfield, Nora and G. Ringel. 1994. *Pearls in Graph Theory.* Academic Press, Inc., United States

[6] Humaira, Reisha. Tanpa tahun. Beberapa aplikasi graf dan kombinatorial untuk menentukan jumlah isomer senyawa kimia. http://www.informatika.org/~rinaldi/Matdis/2006-2007/Makalah/Makalah0607-15.pdf . Tanggal akses : 15 Desember 2010 pukul 20.15 WIB

[7] Johnson, M.A. 2003. Structure-activity maps for visualing the graphs variables arising in drug design, *J. Biopharm Satatist.***53**(**128**) : 827-840.

[8] Ramdani, Rismawati. 2009. Bilangan Kromatik Lokasi dari Beberapa Graf Hasil Kali Kartesius. *Tesis S-2*, ITB Central Library.