RESOLVING SET DAN DIMENSI METRIK GRAF LENGKAP, GRAF LINTASAN DAN GRAF BIPARTIT LENGKAP

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

OLEH :

RANI ARUM MELATI
BP. 07 134 035

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2011

ABSTRAK

Misalkan G adalah graf tehubung dengan $V(G)$ adalah himpunan titik di graf G. Misalkan pula $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ adalah subhimpunan dari $V(G)$ dan v adalah titik pada $V(G)$. Vektor koordinat titik v relatif terhadap W adalah $r(v|W) = (d(v,w_1), d(v,w_2), \dots, d(v,w_k))$. W dikatakan *resolving set* jika nilai $r(v|W)$ berbeda untuk setiap v pada $V(G)$. Dimensi metrik dari G adalah kardinalitas minimum dari semua *resolving set*. Dalam skripsi ini, akan ditunjukkan dimensi metrik dari graf lengkap, graf lintasan dan graf bipartit lengkap.

Kata kunci : *Dimensi Metrik, Representasi Metrik,* Resolving Set

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf pertama kali diperkenalkan pada tahun 1736 oleh seorang matematikawan terkenal Swiss yang bernama Leonhard Euler. Teori graf pertama muncul untuk memecahkan teka-teki masalah Jembatan Konigsberg yang sangat sulit dipecahkan pada masa itu. Konigsberg adalah suatu kota di Prusia bagian timur Jerman.

Seiring perkembangan zaman dan kemajuan teknologi, aplikasi teori graf telah merambah disiplin ilmu lainnya dan membantu memudahkan orang untuk menyelesaikan permasalahan. Penggunaan graf ditekankan untuk memodelkan persoalan. Teori graf juga sangat berguna untuk mengembangkan model-model yang terstruktur dalam berbagai situasi. Sejak itu, teori graf berkembang seiring dengan ditemukannya masalah-masalah dalam kehidupan yang dapat diselesaikan dengan teori graf, seperti masalah jaringan listrik, jaringan telepon, jaringan komputer, jalan penghubung antar kota dan lain sebagainya.

Istilah dimensi metrik pada teori graf muncul pertama kali pada tahun 1976, yaitu pada jurnal yang ditulis oleh F. Harary dan R. A Melter yang berjudul *On the metric dimension of a graph.* Pada jurnal itu diperkenalkan sebuah ide baru, yaitu representasi metrik, yang merupakan suatu cara untuk merepresentasikan lokasi titik pada suatu graf.

Representasi dari suatu titik dapat dianggap sebagai vektor atau koordinat yang menunjukkan lokasi titik tersebut relatif terhadap subhimpunan yang dipilih. Karena pemilihan subhimpunan adalah sembarang, maka representasi yang dihasilkan tidaklah tunggal. Akan tetapi, suatu representasi yang baik harus memiliki sifat di mana tiap titik memiliki vektor yang berbeda. Karena itu, tidak semua pilihan subhimpunan dapat menghasilkan representasi yang baik. Pemilihan subhimpunan yang tepat dapat menghasilkan suatu representasi di mana semua titiknya memiliki vektor koordinat yang berbeda. Jika ini terjadi, maka subhimpunan tersebut disebut *resolving set*.

Misalkan titik u titik dan v di graf terhubung G, jarak $d(u, v)$ adalah panjang lintasan terpendek antara u dan v pada graf G. Untuk himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, ..., w_k\}$ dari titik-titik dalam graf terhubung G dan titik v di G, $r(v|W) = \big(d(v, w_1), d(v, w_2), ..., d(v, w_k)\big)$ menunjukkan representasi metrik dari v terhadap W. Himpunan W dinamakan *resolving set* untuk G jika semua titik di G mempunyai representasi yang berbeda. *Resolving set* dengan kardinalitas minimum disebut minimum *resolving set*, dan kardinalitas tersebut menyatakan dimensi metrik G.

1.2 Perumusan Masalah

Diberikan suatu graf lengkap, graf lintasan, dan graf bipartit lengkap dengan banyak titik paling sedikit 2. Bagaimana menentukan dimensi metrik dari graf-graf tersebut.

1.3 Pembatasan Masalah

Karena terdapat begitu banyak jenis graf, maka permasalahan dibatasi untuk beberapa graf sederhana khusus. Jadi, pada skripsi ini akan dibahas dimensi metrik dari beberapa graf khusus, yaitu graf lengkap, graf lintasan dan graf bipartit lengkap.

BAB IV
KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh pada Bab III, dapat disimpulkan bahwa jika G adalah suatu graf terhubung dengan $n \geq 2$,maka:

1. $\dim(G) = 1$ jika dan hanya jika $G = P_n$
2. $\dim(G) = n - 1$ jika dan hanya jika $G = K_n$
3. Untuk $n \geq 4$, $\dim(G) = n - 2$ jika dan hanya jika $G = K_{s,t}(s, t \geq 1), G = K_s + \overline{K_t}(s \geq 1, t \geq 2)$ atau $G = K_s + (K_1 \cup K_t)(s, t \geq 1)$.

4.2 Saran

Karena terdapat banyak *resolving set* dan dimensi graf terhubung yang belum ditemukan, maka penulis menyarankan untuk mengkaji graf lainnya, seperti graf lingkaran, *tree* dan graf *unicyclic*.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Chartrand, G. dan Oellermann, O.R.. 1993. *Applied and Algorithmic Graph Theory*. United States: McGra-Hill, Inc

[2] Chartard, G. Zhang, Ping dan Kalamazoo. 1999. The Forcing Dimension of a Graph. *Mathematica Bohemica*. 4:711-720

[3] Chartrand, G., Linda Eroh, M. Johnson dan Oellermann O.R. 2000. Resolvability in graphs and the metric dimension of a graph. *Discrete Applied Mathematics*. 105: 99-107

[4] Chinneck, John W. 2004. Binary and Mixed-Integer Programming. http://www.sce.carleton.ca/faculty/chinneck/po/Chapter13.pdf, 10 Januari 2011

[5] Harary Frank. 1969. *Graph Theory*. Addison-Wesley

[6] Hartsfield, N dan Ringel, G. 1994. *Pearls in Graph Theory*. Academic Press

[7] Nefiani, N. 2008. Aplikasi Cayley Tree dalam Menentukan Banyak Isomer Senyawa Alkana. *Skripsi S-1*, "tidak diterbitkan". FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta