# PENGGUNAAN PELABELAN MUKA $\{a-2, a+2\}$-ANTI AJAIB UNTUK GRAF BIDANG $C_6^2$ DAN $C_5^3$

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

NOVA HIDAYANTI
06134051

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2011

## ABSTRAK

Misalkan $G = (V, E, F)$ adalah graf bidang hingga dengan himpunan simpul $V(G)$, himpunan sisi $E(G)$ dan himpunan muka $F(G)$. Pemetaan bijektif $\lambda: V(G) \cup E(G) \cup F(G) \rightarrow \{1, 2, 3, \ldots, |V(G)| + |E(G)| + |F(G)|\}$ dikatakan pelabelan tipe $(1, 1, 1)$. Bobot muka adalah jumlah label (jika ada) yang diberikan oleh muka, sisi-sisi, dan simpul-simpul di sekitar muka tersebut. Pelabelan graf bidang $G$ disebut pelabelan $d$-anti ajaib jika untuk setiap nilai $s$, bobot dari himpunan $s$-sisi muka adalah $w_s = \{a_s, a_s + d, a_s + 2d, \ldots, a_s + (f_s - 1)d\}$ untuk suatu $a_s$ dan $d$ bilangan bulat $(a_s > 0, d \geq 0)$, dimana $f_s$ adalah jumlah dari s-sisi yang membentuk muka. Bobot $w_s$ berbeda untuk for $s$ yang berbeda.

Pada tugas akhir ini penulis mengkaji tentang pelabelan $d$-anti ajaib tipe (1,1,1) untuk graf bidang $C_6^2$ and $C_5^3$, di samping itu ditunjukkan bahwa graf bidang $C_6^2$ dan $C_5^3$ mempunyai pelabelan $d$-anti ajaib untuk $d \in \{a - 2, a + 2\}$.



**Kata Kunci** : *graf bidang himgga, pelabelan tipe* (1,1,1), *bobot muka, pelabelan d-anti ajaib.*

# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Teori graf adalah bagian dari matematika diskrit yang banyak digunakan untuk menggambarkan atau menyederhanakan suatu persoalan agar lebih mudah dimengerti sehingga dapat diselesaikan. Banyak persoalan akan lebih jelas untuk diterangkan bila dapat direpresentasikan dalam bentuk graf.

Salah satu yang memperkenalkan teori graf pertama kali adalah Leonhard Euler pada tahun 1736. Saat itu dia memikirkan kemungkinan untuk menyeberangi semua jembatan di kota Konigsberg (sebelah timur Negara bagian Prussia, Jerman), sekarang bernama kota Kaliningrad tepat satu kali dan kembali ke tempat semula. Publikasi atas permasalahan ini dan solusi yang dia tawarkan saat ini dikenal dengan teori graf [5].

Pelabelan (*valuation*) graf merupakan salah satu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh simpul dan sisi ke himpunan bagian bilangan asli yang disebut label. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedlacek pada tahun 1963. Hingga saat ini sudah lebih dari 1000 *paper* yang berkaitan dengan kajian pelabelan graf. Hal ini ditunjukkan pada A Dynamic Survey of Graph Labeling, oleh Joseph A. Gallian [3].

Pelabelan graf adalah pemetaan yang memasangkan elemen-elemen graf dengan bilangan (biasanya bilangan bulat positif atau bilangan bulat non negatif). Jika domain dari fungsi (pemetaan) adalah simpul, maka pelabelan disebut pelabelan simpul (*vertex labeling*), jika domainnya adalah sisi maka disebut pelabelan sisi (*edge labeling*), dan jika domainnya simpul dan sisi maka disebut pelabelan total (*total labeling*). Pelabelan juga mungkin dilakukan pada suatu graf untuk domain yang lain seperti muka (*face*) [7].

Pelabelan graf pada empat dekade terakhir menjadi topik dalam teori graf yang banyak mendapat perhatian, karena model-model yang ada dalam pelabelan graf sangat bermanfaat pada berbagai bidang, seperti dalam masalah teori koding, kristalografi sinar-x, sistem jaringan komunikasi dan desain sirkuit.

Hingga kini dikenal beberapa jenis pelabelan pada graf, antara lain pelabelan *graceful*, pelabelan harmoni, pelabelan total tak beraturan, pelabelan ajaib, dan pelabelan anti ajaib. Pelabelan ajaib diperkenalkan oleh Sedlacek pada tahun 1963 (berdasarkan konsep persegi ajaib dalam teori bilangan). Pelabelan anti ajaib diperkenalkan oleh Hartsfield dan Ringel pada tahun 1989. Pelabelan muka anti ajaib merupakan salah satu dari pelabelan anti ajaib [1].

Martin Baca dkk. memberikan *open problem* mengenai pelabelan muka anti ajaib untuk kelas khusus graf bidang $C_a^b$. Graf bidang $C_a^b$ tersebut adalah untuk setiap $I = \{1, 2, 3, \dots, a\}$ dan $J = \{1,2,3, \dots, b\}$ graf hasil dari lintasan $P_i^j = \{y_i, x_{i,j,1}, x_{i,j,2}, \dots, x_{i,j,i}, y_{i+1}\}$ dengan himpunan simpul $V(C_a^b) = \{y_i: i \in I\} \cup \cup_{i\in I} \cup_{j\in J} \{x_{i,j,k}: 1 \leq k \leq i\}$ dan himpunan sisi $E(C_a^b) = \cup_{i\in I} \{y_i x_{i,j,1}: j \in J\} \cup \cup_{i\in I} \cup_{j\in J} \{x_{i,j,k} \cup_{i,j,k+1}: 1 \leq k \leq i-1\} \cup_{i\in I} \{x_{i,j,i} y_{i+1}: j \in J\}$. Pemetaan bijektif $\lambda: V(G) \cup E(G) \cup F(G) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, |V(G)| + |E(G)| + |F(G)|$ dikatakan pelabelan tipe (1,1,1). Pembahasan dalam tugas akhir ini adalah mengkaji *open problem* yang diberikan tentang kajian pelabelan muka anti ajaib pada kelas khusus graf bidang $C_a^b$.

## DAFTAR KEPUSTAKAAN


[1] Baca, M, E.T. Baskoro dan Y.M. Cholily. *Face Antimagic Labelings For A Special Class Of Plane Graphs* $C_2^a$ di Institut Teknologi Bandung

[2] Chartrand, G. and P. Zhang. 2005. *Introduction to Graph Theory*. McGraw-Hill Press, Boston

[3] Gallian, J.A. 2010. A *Dynamic Survey Of Graph Labeling*. The Electronic Journal Of Combinatorics

[4] Hartsfield, N. and G. Ringel. 1994. *Pearls in Graph Theory A Comprehensive Introduction Revise and Augmented.* Academic Press. San Diego

[5] Munir, Rinaldi. 2005. *Matematika Diskrit Edisi Ketiga*. Informatika, Bandung.

[6] Ngurah, Anak Agung Gede .2001. *Pelabelan Ajaib dan Anti Ajaib.* ITB.Bandung.*Tesis-S2,* tidak diterbitkan.

[7] Wallis, W.D. 2001. *Magic Graphs*. Birkhauser, Boston-Basel-Berlin