PELABELAN SUPER SISI AJAIB PADA GRAF ULAT DENGAN PANJANG *n* TITIK

BAHAN TUGAS AKHIR

Oleh

INDAH PERMATA SARI
06 134 008

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2010

ABSTRAK

Pelabelan total sisi ajaib (*edge magic total labeling*) pada suatu graf $G = (V, E)$ dengan order p dan ukuran q adalah fungsi bijektif f dari $(V \cup E)$ ke himpunan $\{1, 2, 3, \dots, p + q\}$ sehingga untuk masing-masing titik x, y, dan sisi xy di G berlaku $f(x) + f(xy) + f(y) = k$, dengan k adalah konstanta. Pelabelan total sisi ajaib yang memetakan V ke $\{1, 2, \dots, p\}$ disebut pelabelan super sisi ajaib (*super edge magic labeling*). Graf yang dikenakan pelabelan super sisi ajaib disebut graf super sisi ajaib. Pada tugas akhir ini, dikaji tentang pelabelan super sisi ajaib pada graf ulat model " ⋟— " dengan panjang n titik.

Kata kunci: *Pelabelan Total Sisi Ajaib, Graf, Order, Ukuran, Fungsi Bijektif, Pelabelan Super Sisi Ajaib, Graf Super Sisi Ajaib, dan Graf Ulat.*

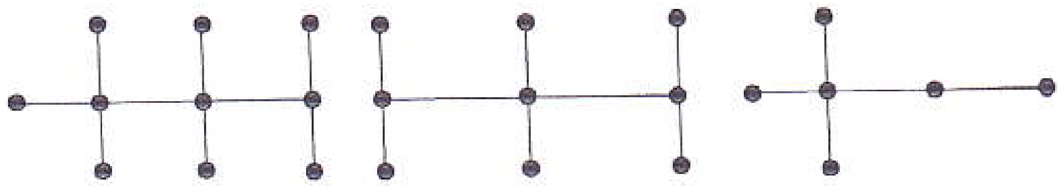
BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Masalah pelabelan dalam teori graf mulai dikembangkan pada pertengahan tahun 1960 – an. Pelabelan pada suatu graf muncul pertama kali dari karya Rosa pada tahun 1967. **Pelabelan** pada suatu graf adalah sebarang pemetaan (fungsi) yang memasangkan unsur-unsur graf (titik atau sisi atau keduanya) dengan bilangan bulat. Jika domain dari fungsi adalah titik, maka pelabelan disebut **pelabelan titik** (*vertex labeling*). Jika domainnya adalah sisi, maka disebut **pelabelan sisi** (*edge labeling*), dan jika domainnya titik dan sisi, maka disebut **pelabelan total** (*total labeling*) (Miller, 2000: 165).

Graf ulat (*caterpillar Graph*) adalah graf yang jika semua titik ujungnya dihilangkan akan menghasilkan lintasan. Perlu diingat kembali bahwa titik ujung adalah titik yang berderajat satu. Berikut ini adalah beberapa contoh graf ulat :



(a) (b) (c)

Gambar 1.1 : Beberapa contoh graf ulat

Himpunan derajat pada graf (a), (b), dan (c) masing – masing adalah $\{1,3,4\}$, $\{1,3,4\}$, dan $\{1,4,2\}$.

1.2 Permasalahan

Bertitik tolak dari hal di atas, maka masalah yang akan dibahas dalam tulisan ini adalah bagaimana cara pelabelan dari super sisi ajaib pada suatu graf.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam tulisan ini permasalahan dibatasi untuk menentukan pelabelan super sisi ajaib pada graf ulat dengan panjang n, untuk n bilangan asli. Graf ulat yang dimaksud disini adalah graf ulat dengan model " >—— " .

1.4 Tujuan

Adapun tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk menjelaskan prosedur pelabelan super sisi ajaib pada graf ulat dan mencari rumus umum bilangan ajaib dari graf ulat tersebut.

1.5 Sistematika Penulisan

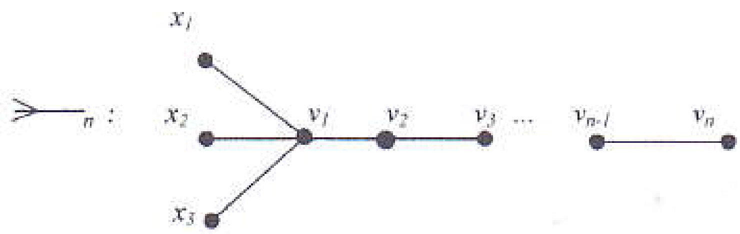
Penulisan skripsi ini secara keseluruhan disajikan dalam empat bab. Bab I berisikan pendahuluan yang didalamnya tercakup latar belakang, permasalahan, pembatasan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan skripsi ini. Konsep dasar dari teori graf berupa definisi dan terminologi, graf ulat, pelabelan pada graf dan pelabelan super sisi ajaib, serta beberapa definisi pendukung yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan skripsi ini disajikan pada Bab II sebagai landasan teori. Kemudian, pembahasan dari permasalahan tersebut akan diuraikan pada Bab III mengenai pelabelan super sisi ajaib pada graf ulat dengan panjang n, untuk n bilangan asli genap dan n bilangan asli ganjil. Penulisan skripsi ini diakhiri dengan bagian kesimpulan dan saran yang disajikan pada Bab IV.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Graf ulat model ⋟— dengan panjang n, n bilangan asli dapat digambar sebagai berikut :



Gambar 4.1 : Gambar Umum Model Graf Ulat

Dengan demikian, maka himpunan titik pada graf ulat tersebut adalah

$$V(\succcurlyeq\!\!- n) = \{x_1, x_2, x_3, v_1, v_2, v_3, \dots, v_{n-1}, v_n\}$$

dan himpunan sisinya adalah

$$E(\succcurlyeq\!\!- n) = \{x_1v_1,\ x_2v_1,\ x_3v_1, v_1v_2,\ v_2v_3,\ v_3v_4, \dots,\ v_{n-1}v_n\}$$

Jadi, order dari graf ulat model $\succcurlyeq\!\!-_n$ adalah $p(\succcurlyeq\!\!- n) = n + 3$

dan ukuran dari graf ulat model $\succcurlyeq\!\!-_n$ adalah $q(\succcurlyeq\!\!- n) = n + 2$

Jadi,

$$p(\succcurlyeq\!\!- n) + q(\succcurlyeq\!\!- n) = 2n + 5$$

Pelabelan super sisi ajaib pada graf ulat dengan panjang n, n bilangan asli genap adalah fungsi f dari $V(\succcurlyeq\!\!- n) \cup E(\succcurlyeq\!\!- n)$ ke $\{1, 2, 3, \dots, 2n + 5\}$ yang didefinisikan sebagai berikut :

$f(x_i) = i$ untuk $i = 1, 2, 3$

$f(v_i) = \frac{n+i+7}{2}$ untuk i ganjil $1 \le i \le n$

$f(v_i) = \frac{i+6}{2}$ untuk i genap $1 \leq i \leq n$

$f(x_i v_1) = (2n) - i + 6$ untuk $i = 1, 2, 3$

$f(v_i v_{i+1}) = 2n - i + 3$ untuk $i = 1, 2, 3, \ldots, n - 1$

Bilangan ajaibnya adalah

$$k = \frac{5n + 20}{2}$$

Pelabelan super sisi ajaib pada graf ulat dengan panjang n, n bilangan asli ganjil adalah fungsi f dari $V(\succ\!\!\!- n) \cup E(\succ\!\!\!- n)$ ke $\{1, 2, 3, \ldots, 2n + 5\}$ yang didefinisikan sebagai berikut :

$f(x_i) = i$ untuk $i = 1, 2, 3$

$f(v_i) = \frac{n+i+6}{2}$ untuk i ganjil $1 \leq i \leq n$

$f(v_i) = \frac{i+6}{2}$ untuk i genap $1 \leq i \leq n$

$f(x_i v_1) = (2n) - i + 6$ untuk $i = 1, 2, 3$

$f(v_i v_{i+1}) = 2n - i + 3$ untuk $i = 1, 2, 3, \ldots, n - 1$

Bilangan ajaibnya adalah

$$k = \frac{5n + 19}{2}$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa graf ulat adalah super sisi ajaib, untuk semua n bilangan asli.

4.2 Saran

Karena masih begitu banyak pelabelan super sisi ajaib, maka penulis menyarankan untuk mengkaji mengenai pelabelan super sisi ajaib pada jenis graf lainnya.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

Abdussakir. 2005. *Edge-Magic Total Labeling pada Graph mP_2 (m bilangan asli ganjil).* Jurnal Saintika, Juni.

Baskoro, Edy T. 2005. *Critical Sets in Edge-Magic Total Labelings.* Hibah Bersaing XII, DP3M-DIKTI Indonesia.

Bondy, J.A. and Murty, U.S.R. 1976. *Graph Theory with Applications.* London : The Macmillan Press Ltd.

Chartrand, G and Lesniak, L. 1986. *Graph and Digraph 2nd Edition.* California :Wadsworth, Inc.

Miler, Mirka. 2000.*Open Problems in Graph Theory : Labeling and Extremal Graph.* Prosiding Konferensi Nasional Himpunan Matematika Indonesia X di Institut Teknologi Bandung, 17-20 Juli.

Siang, J.J. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer.* Yogyakarta : Andi Offset.

Wallis, W.D, dkk. 2000. *Edge-Magic Total Labelings.* Australasian Journal of Combinatorics, pp 177-190.

Wijaya, K dan Baskoro, E.T. 2000. *Pelabelan Total Sisi Ajaib pada Gabungan Graf-graf Lingkaran.* Prosiding Konferensi Nasional Himpunan Matematika Indonesia X di Institut Teknologi Bandung, 17-20 juli.