DAERAH DEDEKIND

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

OLEH:

MEIYANA SARI LUBIS

06934002

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2010

ABSTRAK

Setiap lapangan adalah daerah ideal utama. Setiap daerah ideal utama tertutup secara integral. Jika R daerah integral komutatif dan $\mathbb{Q}(R)$ lapangan hasil bagi dari R. Maka R adalah gelanggang Noether, tertutup secara integral di $\mathbb{Q}(R)$ dan semua ideal prim tak nol dari R adalah maksimal. Setaip daerah ideal utama merupakan daerah Dedekind. Pada tulisan ini dibuktikan bahwa daerah ideal utama merupakan salah satu karakteristik dari daerah Dedekind.

Kata kunci: daerah ideal utama, tertutup secara integral, gelanggang Noether, daerah Dedekind.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Studi tentang daerah Dedekind dimulai ketika pada tahun 1879 Richard Dedekind memperkenalkan notasi ideal yang menjadi dasar dalam teori gelanggang. Dedekind mendefinisikan bahwa ideal adalah subhimpunan dari himpunan bilangan bulat yang besar dari 1 tetapi bukan bilangan prima, yang memenuhi suku banyak dengan koefisien bilangan bulat. Didalam aljabar abstrak, daerah Dedekind atau gelanggang Dedekind merupakan daerah integral dimana setiap ideal tak nolnya dapat difaktorkan menjadi hasil kali dari ideal – ideal prim.

Salah satu sifat yang dimiliki oleh gelanggang secara umum adalah bahwa untuk setiap ideal maksimalnya merupakan ideal prim, sebaliknya belum tentu berlaku. Tetapi dalam daerah Dedekind berlaku juga sebaliknya, yaitu untuk setiap ideal prim adalah ideal maksimal.

Daerah Dedekind berada diantara daerah ideal utama dan gelanggang Noether. Daerah Dedekind ini memiliki banyak karakteristik. Paling tidak terdapat tiga karakteristik dari daerah Dedekind yang dapat digunakan sebagai definisi untuk menjelaskan daerah Dedekind.

Dalam pengaplikasiannya, daerah Dedekind ini banyak digunakan dalam pembahasan teori bilangan aljabar dan teori kurva.

1.2 Perumusan Masalah

Seperti yang telah dijelaskan pada latar belakang bahwa daerah Dedekind memiliki sifat yang tidak dimiliki oleh gelanggang secara umum dan memiliki banyak karakteristik yang dapat digunakan sebagai definisi, maka dalam tugas akhir ini akan dijelaskan tentang

1. Salah satu definisi dari daerah Dedekind dan contoh - contohnya.
2. Beberapa karakteristik dari daerah Dedekind.

1.3 Pembatasan Masalah

Daerah Dedekind memiliki banyak karakteristik. Tetapi dalam tugas akhir ini hanya dibatasi pada karakteristik dari daerah Dedekind yang dipandang dari sisi ideal gelanggangnya.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk menjelaskan tentang definisi dan contoh – contoh daerah Dedekind dan beberapa karakteristik dari daerah Dedekind.

1.5 Sistematika Penulisan

Skripsi ini dibagi menjadi empat bab, yaitu Bab I menguraikan tentang latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan skripsi ini. Sedangkan pada Bab II, berisi teori–teori dan definisi yang mendukung pembahasan dalam permasalahan yang akan dibahas. Kemudian, pembahasan serta penyelesaian permasalahan dalam penulisan skripsi

BAB IV

KESIMPULAN

4. 1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan pada bab sebelumnya, maka diperoleh kesimpulan bahwa

1. Misalkan R daerah integral komutatif dan $\mathbb{Q}(R)$ lapangan hasil bagi dari R. Maka R adalah daerah Dedekind jika dan hanya jika
   a. R adalah Noether.
   b. R tertutup secara integral di $\mathbb{Q}(R)$.
   c. Semua ideal prim tak nol dari R adalah maksimal.
2. Bilangan bulat $\mathbb{Z}$ adalah daerah Dedekind.
3. Daerah ideal utama adalah daerah Dedekind.
4. Jika setiap ideal tak nol dari gelanggang R adalah ideal yang dapat dibalik, maka R adalah daerah Dedekind.

4.2 Saran

Untuk mendapat karakteristik dari daerah Dedekind yang lebih lengkap penulis menyarankan untuk membahas dan menjelaskan teorema berikut. "***Setiap ideal tak nol dari R merupakan hasil kali ideal – ideal prim hingga yang tunggal*** ".[10]

DAFTAR PUSTAKA

[1] Adkins, William A. and Steven H. Weintraub. 1992. *Algebra An Approach Via Module Theory*. Spinger – Verlag, New York.

[2] Arifin, Achmad. 2000. *Aljabar*. ITB. Bandung.

[3] Arifin, Achmad. 2000. *Aljabar Linear*. Penerbit ITB, Bandung.

[4] Fraleigh, J.B.1994. *A First Course in Abstract Algebra*. New York: Houghton Miffin Company.

[5] Heirstein, I. N. 1975. *Topics in Algebra*, 2nd. Jhon Wiley and Sons. New York.

[6] Heirstein. I . N . 1999 . *Topics in Algebra* . John Wiley and Sons . Singapore.

[7] http/google.com, online 15.00 4 Juni 2010

[8] Isnarto. 2008. *Pengantar Struktur Ajabar 2*. Universitas Negeri Semarang. Semarang.

[9] Muchlis, Ahmad dan Astuti, Pudji. 2007. *Aljabar I*. Penerbit Universitas Universitas Terbuka

[10] Passman, Donal S. 1991. *A Course in Ring Theory*. University of Wisconsin, Pacific Grove, California.

[11] Spindler, Karlheinz.1994. *Abstract Algebra With Applocations*. Marcesll Dekker, INC, New York.