

BILANGAN RAMSEY UNTUK KOMBINASI
GRAF LINGKARAN DAN GRAF RODA BERORDE KECIL

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh:

MARIZA WENNI
06134032



JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2010

ABSTRAK

Diberikan graf lingkaran C_n dan graf roda W_m dengan n, m bilangan asli ($n, m \geq 3$). Bilangan Ramsey $R(C_n, W_m)$ adalah bilangan asli terkecil r sedemikian sehingga untuk sebarang graf G dengan r titik akan memenuhi kondisi sebagai berikut: G memuat C_n atau komplemen dari G memuat W_m . Dalam penelitian ini, akan ditunjukkan bahwa bilangan Ramsey $R(C_6, W_4) = 11$, $R(C_7, W_4) = 13$ dan $R(C_n, W_4) = 2n - 1$ untuk $n \geq 5$.

Kata kunci: *bilangan Ramsey, graf lingkaran, graf roda.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu kelompok menginginkan terdapat empat orang yang saling kenal atau enam orang yang tidak saling kenal dalam kelompoknya, berapa orangkah minimal anggota kelompok tersebut agar keinginannya terpenuhi? Frank Plumton Ramsey dalam sebuah papernya pada tahun 1930, telah memberikan teori yang dapat menjawab pertanyaan tersebut [10].

Frank Plumton Ramsey membuktikan bahwa untuk setiap bilangan asli n , ada bilangan $R(n)$ sedemikian sehingga, jika sisi-sisi dari graf lengkap F dengan $R(n)$ titik diwarnai dengan warna merah dan biru, maka F selalu memuat K_n merah atau K_n biru. Kemudian, bilangan $R(n)$ ini dikenal dengan bilangan Ramsey klasik.

Selanjutnya, Erdos dan Szekeres [5] juga telah membuktikan bahwa, jika diberikan bilangan asli a dan b dengan $a, b \geq 2$, maka terdapat bilangan asli terkecil $R(a, b)$ sedemikian sehingga, jika sisi-sisi dari graf lengkap F dengan $R(a, b)$ titik diwarnai merah dan biru, maka graf F tersebut selalu memuat K_a merah atau K_b biru.

Pada kasus di atas, jika setiap orang dipandang sebagai suatu titik dan setiap dua orang yang saling kenal dipandang sebagai suatu sisi dengan warna biru, sedangkan setiap dua orang yang tidak saling kenal dipandang sebagai suatu sisi dengan warna merah, maka empat orang yang saling kenal dapat dipandang sebagai K_4 biru dan enam orang yang tidak saling kenal dapat dipandang sebagai K_6 merah. Menurut teori Ramsey, minimal banyaknya anggota kelompok yang

diinginkan sama halnya dengan menentukan bilangan Ramsey $R(K_4, K_6)$. Namun, nilai eksak dari $R(K_4, K_6)$ sampai sekarang belum diketahui. Hingga kini bilangan Ramsey tersebut baru diketahui menurut pembuktian G. Exoo, B.D. McKay dan S.P. Radziszowski hanya untuk batas bawah atau batas atasnya saja, yaitu $35 \leq R(K_4, K_6) \leq 41$ [9].

Penelitian penentuan nilai eksak dari bilangan Ramsey klasik yaitu $R(K_m, K_n) = R(m, n)$ telah mendapat banyak perhatian. Namun demikian, kemajuan yang didapatkan masih dapat dikatakan relatif lambat. Sejak diperkenalkannya hingga sekarang, baru sembilan nilai eksak bilangan Ramsey klasik yang diketahui, yaitu $R(K_m, K_n)$ untuk $m = 3$ berpasangan dengan $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ dan $m = 4$ berpasangan dengan $n = 4, 5$ [9]. Adapun nilai-nilai tersebut adalah sebagai berikut: $R(3,3) = 6$, $R(3,4) = 9$, $R(3,5) = 14$, $R(4,4) = 18$, $R(3,6) = 18$, $R(3,7) = 23$, $R(3,8) = 28$, $R(3,9) = 36$, dan $R(4,5) = 25$.

Karena penentuan bilangan Ramsey klasik ini sangat sulit, maka hal ini mendorong para peneliti untuk mengembangkan masalah bilangan Ramsey untuk graf yang lain, seperti graf lingkaran dan graf lengkap, graf bintang dan graf lainnya, graf lingkaran dan graf roda, graf roda dan graf lainnya, dan lain-lain.

Bilangan Ramsey yang memuat graf roda masih belum banyak diketahui [3]. Untuk itu, permasalahan tentang $R(C_n, W_m)$ menjadi masalah yang menarik untuk dikaji.

1.2 Permasalahan

Tentukan bilangan asli terkecil $R(C_n, W_m) = r$ sedemikian sehingga untuk sebarang graf G dengan r titik selalu memenuhi kondisi sebagai berikut: G memuat C_n atau komplemen dari G memuat W_m .

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh pada Bab III, dapat disimpulkan bahwa bilangan Ramsey $R(C_6, W_4) = 11$, $R(C_7, W_4) = 13$ dan $R(C_n, W_4) = 2n - 1$ untuk $n \geq 5$.

4.2 Saran

Karena masih begitu banyak bilangan-bilangan Ramsey yang belum diketahui, maka penulis menyarankan untuk mengkaji bilangan Ramsey $R(C_n, W_5)$ untuk $n \geq 5$.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

- [1] Baskoro, E. T. 2002. On the Graph Ramsey Numbers $R(G, W_m)$. *Proceedings of the 13-th Australasian Workshop on Combinatorial Algorithms*. 267-277.
- [2] Baskoro, E. T. 2002. The Ramsey Number of Paths and Small Wheels. *Journal of the Indonesian Mathematical Society*. **8**: 13-16.
- [3] Baskoro, E. T. 2007. *Mengenalkan Indonesia melalui Teori Graf*. Balai Pertemuan Ilmiah ITB, Bandung.
- [4] Burr, S. A and P. Erdős. 1983. Generalization of a Ramsey-Theoretic Result of Chvátal. *Journal of Graph Theory*. **7**: 39-51.
- [5] Erdős, P. dan G. Szekeres. 1935. *A Combinatorial Problem in Graph*. *Compo. Math*. **2**: 463-470.
- [6] Hartsfield, N. and G. Ringel. 1994. *Pearls in Graph Theory A Comprehensive Introduction Revised and Augmented*. Academic Press: San Diego.
- [7] Hasmawati. 2004. Bilangan Ramsey untuk Graf Bintang terhadap Graf Roda. *Tesis-S2*, tidak diterbitkan.
- [8] Kung-Kuen Tse. 2003. On the Ramsey Number of the Quadrilateral versus the Book and the Wheel. *Australasian Journal of Combinatorics*. **27**:163-167.
- [9] Radziszowski, S. P. 2009. Small Ramsey Numbers. *The Electronic Journal of Combinatorics* DS1. 12.
- [10] Ramsey, F. P. 1930. On a Problem in Formal Logic, *Proc. London Math. Soc.*, **30**: 264-286.
- [11] Rosyida, I. 2004. Bilangan Ramsey untuk Kombinasi Graf Bintang dan Graf Bipartit Lengkap. *Tesis-S2*, tidak diterbitkan.
- [12] Surahmat and E. T. Baskoro. 2001. On the Ramsey Number of a Path or a Star versus W_4 or W_5 . *Proceedings of the 12-th Australasian Workshop on Combinatorial Algorithms*. 174-179.
- [13] Surahmat, E. T. Baskoro and H. J. Broersma. 2002. The Ramsey Numbers of Large Star-Like Trees versus Large Odd Wheels. 1-9.