TEOREMA D'ALEMBERT UNTUK MENGUJI KEKONVERGENAN DERET BERGANTI TANDA

TESIS

Oleh :

ARMANIDA
BP: 06 215 091

PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008

Teorema D'Alembert untuk menguji kekonvergenan deret berganti tanda.

Oleh : Armanida

(Dibawah bimbingan Muhafzan, Phd dan Jenizon, Msi.)

RINGKASAN

Barisan dan deret merupakan bagian yang penting dalam analisis matematika. Suatu barisan bilangan riil adalah fungsi dari himpunan bilangan asli ke himpunan bilangan riil ditulis $f : N \rightarrow \mathbf{R}$. Biasanya barisan $x_1, x_2, x_3 \ldots$ dinotasikan dengan $X = (x_n)$. Selanjutnya misalkan $X = (x_n)$ adalah barisan di $\mathbf{R}$ maka deret tak hingga yang dihasilkan oleh (x_n) adalah barisan $S = (s_n)$ yang didefinisikan sebagai

$$s_1 = x_1$$

$$s_2 = x_1 + x_2 = s_1 + x_2$$

$$s_3 = x_1 + x_2 + x_3 = s_2 + x_3$$

$$\vdots$$

$$s_n = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots x_n = s_{(n-1)} + x_n = \sum_{k=1}^{n} x_k$$

dalam hal ini barisan $S = (s_n)$ disebut barisan jumlah parsial ke n. Suatu deret tak hingga ditulis dengan bentuk $\sum_{n=1}^{\infty} x_n = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots\ldots$

Masalah yang penting dari barisan dan deret adalah masalah kekonvergenannya. Barisan (x_n) dikatakan konvergen ke L dan ditulis sebagai $\underset{n \to \infty}{Limit}\ x_n = L$, jika untuk setiap bilangan positif ε terdapat sebuah bilangan asli N sedemikian sehingga $n \geq N$ maka $|x_n - L| < \varepsilon$. Setiap barisan

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Barisan dan deret merupakan bagian yang penting dalam analisis matematika. Suatu barisan bilangan riil adalah fungsi dari himpunan bilangan asli ke himpunan bilangan riil ditulis $f : N \rightarrow \mathbf{R}$. Biasanya barisan $x_1, x_2, x_3 \ldots$ dinotasikan dengan $X = (x_n)$. Selanjutnya misalkan $X = (x_n)$ adalah barisan di $\mathbf{R}$ maka deret tak hingga yang dihasilkan oleh (x_n) adalah barisan $S = (s_n)$ yang didefinisikan sebagai:

$$s_1 = x_1$$

$$s_2 = x_1 + x_2 = s_1 + x_2$$

$$s_3 = x_1 + x_2 + x_3 = s_2 + x_3$$

$$s_n = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots x_n = s_{(n-1)} + x_n = \sum_{k=1}^{n} x_k$$

dalam hal ini barisan $S = (s_n)$ disebut barisan jumlah parsial ke n .

Masalah yang penting dari barisan dan deret adalah masalah kekonvergenannya. Sebuah deret dikatakan konvergen jika barisan jumlah parsialnya mempunyai limit dan divergen jika barisan jumlah parsialnya tidak mempunyai limit. Deret yang konvergen sering disebut deret yang mempunyai jumlah (Martono. 1999).

Adakalanya sering kita melihat deret berganti tanda. Deret berganti tanda yang merupakan deret tak hingga yang suku-sukunya mempunyai tanda berubah-

ubah dari positif ke negatif sebagai contoh:: $1 - 2/3 + 3/9 - 4/27 + \ldots$ atau deret seperti : $1 + \frac{1}{4} - 1/9 + 1/16 + 1/25 - 1/36 \ldots$ Pertanyaan yang muncul apakah deret berganti tanda ini konvergen atau divergen?. Dan bagaimana kriteria kekonvergenan deret berganti tanda tersebut?.

1.2. Pernyataan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang masalah, maka dalam penelitian ini akan dikaji kekonvergenan dan kedivergenan deret dengan suku-suku berganti tanda positif dan negatif dan suku yang tak nol dengan menggunakan teorema Jean Le Rond D'Alembert.

1.3.Tujuan Penelitian.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengkaji apakah sebuah deret berganti tanda konvergen atau tidak, dengan menggunakan teorema Jean Le Rond D'Alembert.

1.4. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan terhadap perkembangan ilmu pengetahuan pada umumnya dan terhadap bidang matematika pada khususnya. Dan juga penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan tentang teorema Jean Le Rond DAlembert mengenai deret berganti tanda.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. KESIMPULAN

1. Kekonvergenan suatu barisan dapat diselidiki dengan cara menghitung limitnya atau dengan melihat sifat monotonnya dan keterbatasannya.

2. Kekonvergenan deret dapat diselidiki dari kekonvergenan barisan jumlah parsilnya.

3. Apabila sebuah deret berganti tanda konvergen mutlak,berarti deret berganti tanda tersebut konvergen. Artinya apabila nilai mutlak suku-suku suatu deret berganti tanda membentuk deret yang konvergen, maka deret berganti tanda itu juga konvergen.

4. Kekonvergenan deret berganti tanda tidak dapat diselidiki dengan menggunakan uji rasio (Uji dengan menggunakan limit) apabila suku ke-n berupa persamaan rasional didalam n

5.1. Saran.

Tidak semua kekonvergenan deret berganti tanda dapat diselidiki dengan teorema D'Alembert. Masih ada teorema lain yang bisa dipakai seperti teorema Raabe dan Gauss. Untuk itu pembaca dapat membahasnya lebih lanjut.

DAFTAR PUSTAKA

Bartle,R.G.(1991). ***Introduction to Real Analysis***, John Willey & Son, New york

Martono,K (1999) ***Kalkulus***, Erlangga, Bandung.

Soemartojo, N (1988). ***Kalkulus*** , Erlangga.Jakarta.

Spiegel,R.M (1990). ***Kalkulus Lanjutan*** terjemahan oleh Pantur Silaban Erlangga,Jakarta.

Purcell ,E. J, Varberg.D (1990),***Kalkulus dan Geometri Analitis2*** (terjemahan oleh I Nyoman Susila) Erlangga, Jakarta.

Purcell,E. J , Varberg,D, Rigdon S.E, ***Kalkulus 2*** (terjemahan oleh JulianGressando), Erlangga, Jakarta.