BILANGAN RAMSEY
UNTUK KOMBINASI GRAF BINTANG DAN GRAF RODA GANJIL

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

RIFAATUL MAHMUDAH
06134034

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVESITAS ANDALAS
PADANG
2010

ABSTRAK

Untuk sebarang graf G dan H, bilangan Ramsey $R(G, H)$ adalah bilangan asli terkecil n sedemikian sehingga untuk setiap graf F dengan n titik akan memuat G atau komplemennya memuat H. Skripsi ini membahas tentang bilangan Ramsey $R(S_n, W_m)$ dengan S_n adalah graf bintang dengan n titik dan W_m adalah graf roda dengan $m + 1$ titik. Khususnya dalam skripsi ini akan dibahas $R(S_n, W_m) = 3n - 2$ untuk $n \geq 3$, $m = 5$ dan $R(S_n, W_m) = 3n - 2$ untuk $n \geq 2m - 4, m \geq 5$ dan m ganjil.

Kata Kunci: *Bilangan Ramsey, Graf Bintang, Graf Roda.*

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori Ramsey pertama kali dikaji oleh Frank Plumpton Ramsey [10] pada tahun 1930. Pada salah satu papernya, Ramsey menunjukkan bahwa untuk setiap bilangan asli n, terdapat bilangan asli $R(n)$ sedemikian sehingga, jika sisi-sisi dari graf lengkap dengan $R(n)$ titik diwarnai dengan warna merah atau warna biru akan selalu memuat K_n merah atau K_n biru sebagai subgraf. Bilangan $R(n)$ ini disebut sebagai **bilangan Ramsey**.

Kemudian, pada tahun 1935 Erdös dan Szekeres menunjukkan bahwa jika diberikan dua bilangan asli a dan b, maka terdapat bilangan asli $R(a,b)$ sedemikian sehingga, jika sisi-sisi dari graf lengkap dengan $R(a,b)$ titik diwarnai dengan warna merah atau warna biru senantiasa memuat K_a merah atau K_b biru sebagai subgraf. Bilangan $R(a,b)$ dapat juga ditulis dengan $R(K_a, K_b)$.

Secara umum penentuan bilangan Ramsey klasik sangatlah sulit. Hal ini terbukti bahwa sampai saat ini nilai eksak $R(K_a, K_b)$ belum banyak diketahui kecuali untuk $a = 3,4,5,6,7,8,9$ berpasangan dengan $b = 3$, dan $a = 4,5$ berpasangan $b = 4$ (S.P.Radziszowski,2002)[8]. Akibatnya, pada perkembangan selanjutnya studi bilangan Ramsey pun diperumum untuk kombinasi dari berbagai jenis graf lain seperti graf bintang dan graf roda.

Salah satu teorema yang sangat penting dalam penentuan bilangan Ramsey telah dibuktikan oleh Chvátal dan Harary [3] pada tahun 1972. Dalam papernya, Chvátal dan Harary memberikan batas bawah dari bilangan Ramsey graf G dan graf H, yang disajikan dalam bentuk teorema pada Bab II.

Beberapa bilangan Ramsey yang telah diperoleh untuk graf roda adalah $R(W_3, W_4) = 17$ dan $R(W_4, W_4) = 15$ yang diperoleh Hendry ([7] dan [5]). Kemudian, Faudree dan McKay [4] membuktikan bahwa $R(W_3, W_5) = 19$, $R(W_4, W_5) = 17$, dan $R(W_5, W_5) = 17$.

Bilangan Ramsey untuk kombinasi graf lingkaran dan graf roda. Burr dan Erdős [1] menunjukkan bahwa $R(C_3, W_m) = 2m + 1$ untuk $m \geq 5$. Batas bawah dari bilangan Ramsey ini dapat juga diperoleh dengan menggunakan teorema yang diperkenalkan oleh V. Chvátal dan F. Harary [3]. Kemudian, pada tahun 2001, Surahmat dan Edy Try Baskoro [10] telah membuktikan bahwa

$$R(S_n, W_4) = \begin{cases} 2n - 1, \text{untuk } n \geq 3, n \text{ ganjil} \\ 2n + 1, \text{untuk } n \geq 4, n \text{ genap.} \end{cases}$$

1.2 Permasalahan

Diberikan graf S_n dan W_m dengan n dan m bilangan asli. Akan ditentukan bilangan asli terkecil $R(S_n, W_m) = t$ sedemikian sehingga, sembarang graf G dengan t titik memuat sebuah graf bintang S_n atau komplemennya memuat sebuah graf roda W_m, tetapi tidak sekaligus keduanya.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada skripsi ini, hanya dibahas bilangan Ramsey $R(S_n, W_m)$ untuk $n \geq 3$, $m = 5$ dan $n \geq 2m - 4, m \geq 5$ dan m ganjil.

1.4 Tujuan

Adapun tujuan penulisan skripsi ini adalah menentukan bilangan Ramsey untuk kombinasi graf bintang S_n dan graf roda W_m dengan $n \geq 3$, $m = 5$ dan $n \geq 2m - 4$, $m \geq 5$ dan m ganjil.

BAB IV
KESIMPULAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pada pembahasan dapat disimpulkan bahwa bilangan Ramsey untuk kombinasi graf bintang S_n dan graf roda W_m dengan $n \geq 3, m = 5$ dan $n \geq 2m - 4, m \geq 5$ dan m ganjil adalah $3n - 2$.

4.2 Saran

Karena masih begitu banyak bilangan-bilangan Ramsey yang belum ditemukan maka penulis menyarankan mengkaji bilangan Ramsey dari kombinasi graf roda dan graf lainnya seperti graf lingkaran atau graf roda.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Burr, S.A. and P. Erdös. 1983. Generalization of a Ramsey-Theoretic Result of Chvatal. *Journal of Graph Theory*. **7** : 39-51

[2] Chartrand, G. and Ping Zhang. 2005. *Introduction to Graph Theory*. McGraw-Hill Press, Boston

[3] Chvátal, V. and F. Harary. 1972. Generalized Ramsey Theory for Graph, III. Small off-diagonal numbers. *Pacific. J. Math*. **41**: 335-345

[4] Faudree, R.J. and B.D. McKay. 1993. A Conjecture of Erdos and the Ramsey Number $R(W_6)$. *Journal of Combinatorial Mathemathics and Combinatorial Computing*. **13** : 23-31

[5] Harborth, H and I. Mengersen. 1988/1989. All Ramsey Numbers for Five Vertices and Seven or Eigth edges. *Discrete Mathemathics*. **73** : 91-98

[6] Hartsfield, N. and G. Ringel. 1994. *Pearls in Graph Theory A Comprehensive Introduction Resived and Augmented*. Academic Press, San Diego

[7] Henry, G.R.T. 1992. The Ramsey Numbers $R\left(K_2 + \overline{K_3}, K_4\right)$ and $R(K_1 + C_4, K_4)$. *Utilitas Mathemathica*. **41** : 181-203

[8] Radziszowski, S.P. 2002. *Small Ramsey Number*. Departement of Computer Science Rochester Institute of Tehnology

[9] Ramsey, F.P. 1930. On a Problem of Formal Logic. *Proc. London Math*. Soc. **30**: 264-286.

[10] Surahmat dan E.T. Baskoro. 2001. On The Ramsey Number of a Path or a Star versus W_4 or W_5. *Proceedings of the 12-th Australasian Workshop on Combinatorial Algorithms*. Bandung. 165-170

[11] Surahmat, E.T. Baskoro, dan H.J. Broersma, 2002. *The Ramsey Number of Large Star-Like Trees Versus Large Odd Wheels*. University of Twende Memorandum No. 1621