PENGARUH VAKSINASI TERHADAP PENYEBARAN PENYAKIT DENGAN MODEL ENDEMI SIR

BAHAN TUGAS AKHIR

OLEH

DENI INDRA SARI

05 134 003

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2010

ABSTRAK

Pada penelitian ini, model *SIR* diturunkan ulang dengan memperhatikan faktor kelahiran dan kematian. Sebagai upaya pencegahan penyebaran penyakit,dalam model tersebut juga diperhatikan faktor vaksinasi. Sebagai hasil penelitian, model yang dihasilkan mempunyai dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Analisis kualitatif menghasilkan parameter rasio reproduksi vaksinasi $R_v = \frac{\alpha(1-\sigma)\mu}{\mu-\beta}$ dan tingkat vaksinasi minimum yang dibutuhkan agar berhasil mencegah penyebaran penyakit

Kata Kunci : *model matematika, vaksinasi, kestabilan, penyebaran penyakit, model SIR*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika juga turut memberikan peranan yang penting dalam mencegah meluasnya penyebaran penyakit. Peranan tersebut berupa model matematika yang mempelajari penyebaran penyakit. Model matematika yang dimaksud adalah model epidemi SIR (*Susceptible – Infected - Recovered)* klasik. Secara umum model epidemi SIR klasik dapat disajikan sebagai sistem *autonomous* persamaan diferensial[3].

Model epidemi *SIR* klasik dibagi mejadi tiga kelompok[4] yaitu kelompok yang sehat tetapi dapat terinfeksi penyakit (*susceptible*), kelompok yang terinfeksi dan dapat sembuh dari penyakit (*infected*), dan kelompok individu yang telah sembuh dan kebal dari penyakit (*recovered*). Secara garis besar, model epidemik SIR klasik mengambarkan alur penyebaran penyakit dari kelompok individu *Susceptible* menjadi *Infected* melalui kontak langsung maupun perantara lain. Selanjutnya individu *Infected* yang mampu bertahan terhadap penyakit akan sembuh dan memasuki kelompok *Recovered.*

Pada sebagian kasus, terdapat penyakit yang dapat memasuki kondisi endemik. Kondisi endemik diartikan sebagai kondisi dimana penyakit menyebar pada suatu wilayah dalam kurun waktu yang sangat lama. Karena penyebaran penyakit-penyakit tersebut terjadi dalam kurun waktu yang sangat lama maka terjadi perubahan populasi yang disebabkan oleh kelahiran dan kematian. Oleh karena itu, faktor kelahiran dan kematian perlu diperhatikan dalam model.

Model penyakit yang bersifat endemik dengan memperhatikan faktor kelahiran dan kematian disebut sebagai model endemik SIR. Model inilah yang selanjutnya digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit yang bersifat endemik. Menurut data dari WHO**[6]** penyebaran penyakit dapat ditekan dengan program vaksinasi sebagai upaya untuk mencegah meluasnya penyakit.

Model endemik SIR dapat direprentasikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial autonomous. Tidak semua sistem autonomous bisa ditentukan penyelesaian eksaknya**[3]**. Oleh karena itu, perlu diperhatikan informasi lain untuk mengamati prilaku sistem. Prilaku sistem dapat di amati pada titik dimana sistem berada dalam keadaan setimbang. Titik tersebut kemudian yang disebut dengan titik kesetimbangan. Konsep prilaku sistem pada titik kesetimbangan dikenal sebagai kestabilan. Kestabilan tersebut merupakan informasi untuk menggambarkan prilaku sistem. Oleh Karena itu, dalam model endemik SIR dengan memperhatikan faktor vaksinasi perlu ditentukan kestabilan dititik kesetimbangan .

1.1 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang dibahas adalah:

1. Bagaimana memodelkan endemik SIR dengan pengaruh vaksinasi
2. Bagaimana prilaku sistem disekitar titik kesetimbangan.

BAB IV

PENUTUP

Dari pembahasan yang telah dijelaskan dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

a. Model endemik SIR dengan vaksinasi dapat diekspresikan sebagai :

$$\frac{dS}{dt} = (1-\sigma)\mu N - \alpha S \frac{I}{N} - \mu S$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha S \frac{I}{N} - \beta I - \mu I$$

$$\frac{dR}{dt} = \sigma\mu N + \beta I - \mu R$$

b. Model tersebut mempunyai dua titik kesetimbangan yaitu :

$$E_0 = ((1-\sigma), 0)$$

$$E_e = \left(\frac{\mu+\beta}{\alpha}, \frac{\mu\alpha - \mu(\mu+\beta)}{(\mu+\beta)\alpha}\right),$$

Titik kesetimbangan E_0 dan E_e akan stabil asimtotis masing-masing untuk $R_v > 1$ dan $1 < R_v < \frac{4(\beta+\mu)}{\mu}$.

c. Tingkat vaksinasi yang dibutuhkan untuk mencegah penyebaran penyakit dapat diekspresikan sebagai:

$$\sigma_c = 1 - \frac{\beta+\mu}{\alpha}$$

DAFTAR PUSTAKA

[1] Arrowsmith, D. K and C. M. Place. *Ordinary Differential Equation*. Chapinan and Hall, London

[2] Boyce, W. E and R. C. DiPrimia. 1986. *Elementary Differential Equation and Boundary Value Problems*. 5th Editon. John Wiley and Son, Inc, Canada

[3] Grassly, N. C. and C. Fraser, *Seasonal Infectious Epidemilogy*.Proceedings of the real Society 13, departement of Inffectioaus Disease Epidemology, Imperial College London, 2006

[4] Hethocote,H.W. *The Matematies of Infection Diseases*, SIAM Review 42 (2000), No. 4. 599-653.

[5] Perko, L. 1996. *Nonlinear Differential Equation and Dynamical System*. Springer-verlag. Berlin Heidelberg.

[6] WHO, Measles, http://www.who.int/mediacetre/factsheets/fs286/en/, 2007