

LAPORAN PENELITIAN

DANA SPP / DPP UNAND 1996/1997

Kontrak No. 04 / LP-UA / SPP / DPP / D / -04 / 1996

Judul :

MENENTUKAN SOLUSI PERSAMAAN DIFFERENSIAL HILL  
DENGAN MENGGUNAKAN METODA SILVESTER

Oleh :

Syafrizal Sy.	Ketua Pelaksana
Adrian Ausri	Anggota
Susilabahri	Anggota
Hazmira Yozza	Anggota
Ishak	Pembimbing

Fakultas Matematika dan  
Ilmu Pengetahuan Alam



DEPARTEMEN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
LEMBAGA PENELITIAN UNIVERSITAS ANDALAS  
1996

***Menentukan Solusi Persamaan Differensial Hill dengan Menggunakan Metoda Silvester***

*( Syafrizal Sy , Adrian Ausri , Susilabahri , Hazmira Yozza , Ishak.  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, 20 halaman,  
SPP / DPP / 1996/1997)*

**ABSTRAK**

Persamaan differensial Hill merupakan suatu persamaan differensial orde dua yang mengandung suatu fungsi lain yang berbentuk fungsi periodik berharga tunggal dengan perioda dasarnya.

Untuk menentukan solusi persamaan differensial Hill digunakan suatu aljabar matriks yaitu metoda Silvester dengan mengasumsikan suatu nilai awal.

## PENDAHULUAN

Dalam kehidupan sehari-hari, manusia tak dapat lepas dari berbagai persoalan dan permasalahan, yang sangat berpengaruh terhadap kemajuan teknologi guna mencapai keinginan atau cita-cita manusia itu sendiri yaitu terciptanya kesejahteraan.

Pada prinsipnya, banyak permasalahan-permasalahan yang dapat diformulasikan ke dalam suatu model matematika; misalnya populasi penduduk dapat diformulasikan ke dalam suatu deret, gerak gelombang dan ayunan diformulasikan ke dalam suatu persamaan differensial dan lain sebagainya.

Bentuk pemodelan seperti itu sangat menunjang dalam pengembangan teknologi industri dan teknologi rekayasa seperti bidang teknologi informasi, elektronika, pengetahuan fisika dan gelombang serta dalam banyak bidang lainnya.

Untuk bidang-bidang yang disebutkan di atas, banyak sekali digunakan pemodelan matematika yang berbentuk persamaan differensial dengan syarat awal dan syarat batas tertentu. Penyelesaian persamaan differensial tersebut dengan presisi yang tinggi sangat dibutuhkan oleh penggunaannya dalam mengambil keputusan yang akan dipergunakan selanjutnya.

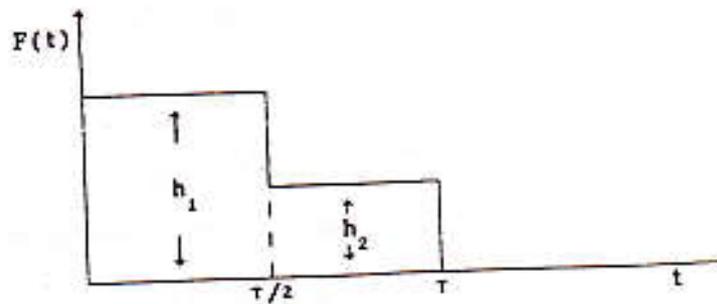
Karena banyaknya fenomena-fenomena yang terjadi di dalam kehidupan terutama fenomena yang terjadi pada bidang fisika, maka muncul suatu bentuk persamaan differensial: [ 5, 6, 7 ]

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Perhatikan kembali persamaan differensial Hill :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + F(t)x = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

Misal  $T$  adalah perioda dasar dari fungsi  $F(t)$  yang tingginya bervariasi dari  $h_1$  ke  $h_2$  seperti yang terlihat pada gambar.



Gambar 1

Persamaan differensial Hill (16) direduksi menjadi :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + h_1 x = 0 \quad 0 \leq t \leq T/2 \quad \dots\dots\dots (a)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + h_2 x = 0 \quad T/2 \leq t \leq T \quad \dots\dots\dots (b)$$

Solusi persamaan (17-a) dalam interval  $0 \leq t \leq T/2$  adalah sebagai berikut :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + h_1 x = 0$$

Misal solusi persamaan (17-a) berbentuk :

$$x = e^{\alpha t} \quad \dots\dots\dots (18)$$

Persamaan (18) disubstitusikan ke (17-a) :

$$\alpha^2 e^{\alpha t} + h_1 e^{\alpha t} = 0$$

## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

Persamaan differensial Hill berbentuk persamaan differensial orde dua yang mengandung fungsi periodik berharga tunggal dengan periode dasar  $T$

Persamaan differensial Hill ini tidak dapat diselesaikan dengan cara biasa, karena terdapatnya fungsi  $F(t)$  yang periodik. Untuk itu, digunakan aljabar matriks yang dapat menghasilkan matriks pangkat.

Dengan mengasumsikan  $x(t)$  dan  $v(t)$  sebagai nilai awal serta  $u_1(t)$  dan  $u_2(t)$  sebagai dua penyelesaian yang bebas linear dalam interval  $0 \leq t \leq T$  akan diperoleh suatu matriks pangkat berderajat  $n$ . Untuk menyelesaikan matriks pangkat ini digunakan teorema Silvester. Dengan demikian, solusi persamaan differensial Hill dapat ditentukan.

### Saran

Dalam menentukan solusi persamaa differensial Hill ini peneliti menggunakan aljabar matriks yang diekspansikan sehingga terbentuk suatu matriks pangkat. Di sini peneliti menyarankan agar pembaca mencoba menyelesaikan dengan cara lain.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Anton. Howard, "ELEMENTARY LINEAR ALGEBRA" fifth edition, 1987.
- [2]. Apostol. Tomm, "CALCULUS" second edition, John Wiley & Sons Inc, America, 1967.
- [3]. Haire. E, "SOLVING ORDINARY DIFFERENSIAL EQUATION", Sringer - Verlag, New York, 1987.
- [4]. Hardley. G, "ALJABAR LINIAR" terj. Noenik Sumartoyo UI dan Naipospos, Erlangga, Jakarta-Indonesia, 1983.
- [5]. Hsu. Hwei P, "APPLIED FOURIER ANALYSIS" books for professional, Inc. America, 1930.
- [6]. Pipes. Louis A dan harvill Lawrence R, "APPLIED MATHEMATICS FOR ENGINEERS AND PHYSICISTS" third edition, Mc. Graw Hill, 1970.
- [7]. Pipes. Louis A, "MATRIX SOLUTION OF EQUATIONS OF THE MATHIEU - HILL TYPE". J. Applied Physics. Vol 24. No, 7, pp 902 - 910 July 1953.
- [8]. Winarto. Hadi, "METODA MENAPAK WAKTU PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFFERENSIAL PARSIAL PARABOLIK". Simposium On Wave Propagation, ITB Bandung 1991.