LAPORAN PENELITIAN
DANA SPP/DPP UNAND 1995/1996
KONTRAK No. 160/LP-UA/SPP/DPP/D/-04/1995

PEMECAHAN MASALAH NILAI AWAL PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA SECARA NUMERIK YANG MENGGUNAKAN METODA PSEUDO EMBEDDED RUNGE-KUTTA

OLEH

DRS. BARITA PASARIBU

Fakultas MIPA

LP 05030994

DEPARTEMEN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
LEMBAGA PENELITIAN UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG, 1995

Pemecahan Masalah Nilai Awal Persamaan Diferensial Biasa Secara Numerik Yang Menggunakan Metoda Pseudo Embedded Runge-Kutta

(Barita Pasaribu, Adrian Ausri, Muhafzan, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, 1995)

A B S T R A K

Penelitian ini adalah tentang pemecahan masalah nilai awal Persamaan Diferensial Biasa secara numerik yang menggunakan metoda Pseudo Embedded Runge-Kutta.

Dalam menyelesaikan masalah nilai awal persamaan diferensial biasa dengan menggunakan metoda Pseudo Embedded Runge-Kutta keuntungannya hanya merubah stepsize tanpa tambahan evaluasi fungsi baru.

Pendahuluan

Bentuk umum masalah nilai awal dari persamaan diferensial biasa adalah

$$y' = f(x,y) \qquad (1)$$

$$y(a) = y_0 \quad a \le x \le b$$

dimana $y(a) = y_0$ adalah suatu nilai yang diberikan oleh user.

Dalam jurnal [2], Nakashima merumuskan bentuk penyelesaian masalah nilai awal (1) tersebut sebagai berikut

$$y_{n+1} = b_{-2}\, y_{n-1} + b_{-1}\, y_n + h\,\Phi(x_{n-1}, x_n, y_{n-1}, y_n; h)$$

$$\Phi(x_{n-1}, x_n, y_{n-1}, y_n; h) = h \sum b_i k_i$$

$$k_0 = f(x_{n-1}, y_{n-1}), \qquad k_1 = f(x_n, y_n) \qquad (2)$$

$$k_i = f(x_n + c_i h,\; y_n + a_i(y_n - y_{n-1} + h \sum a_{ij})$$

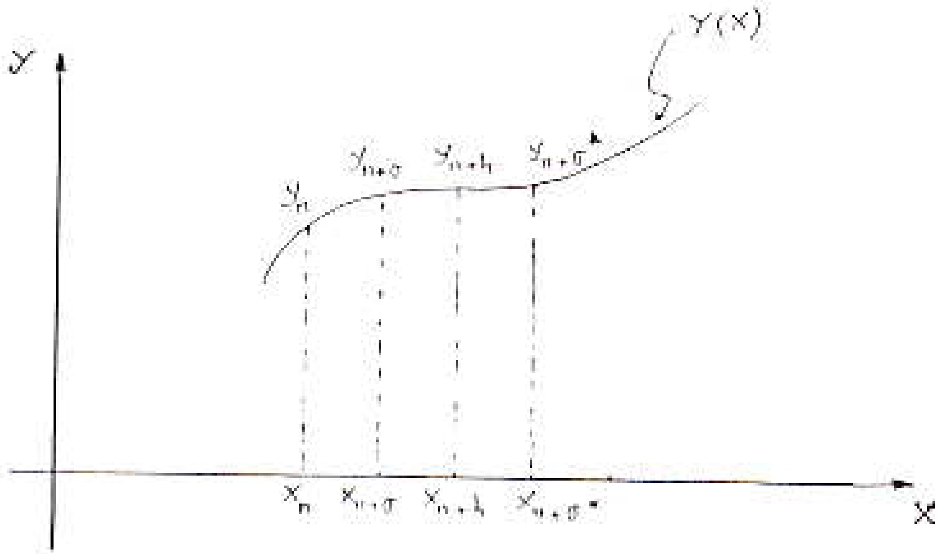
$$(i = 2, \ldots, y)$$

$$c_i = a_i + \sum a_{ij} \qquad (0 \le c_i \le 1) \quad (i = 2, \ldots, y)$$

dimana y_n merupakan pendekatan dari penyelesaian $y(x_n)$ dari (1) di titik $x_n = x_0 + nh$. Metoda tersebut disebut Metoda Pseudo Runge-Kutta. Tahun 1991 Nakashima memodifikasi algoritma penyelesaian (2) dengan mengganti y_{n-1} dengan $y_{n-\ldots}$ sehingga

$$y_{n+\sigma} = b_{-2}\, y_{n-1} + b_{-1}\, y_n + h\, \Theta(x_{n-1}, x_n, y_{n-1}, y_n; h) \qquad (3)$$

dengan σ suatu peubah dan $\Theta(x_{n-1}, x_n, y_{n-1}, y_n; h)$ seperti (2) serta b_i tergantung dari σ. Nilai y_{n+1} merupakan pendekatan dari penyelesaian $y(x_{n+\sigma})$ dari (1) di titik $x_{n+\sigma} = x_o + \sigma$. Algoritma modifikasi tersebut disebut Metoda Embedded Pseudo Runge-Kutta.



Perhatikan gambar.

Misalkan penyelesaian eksak (1) di titik x_{n+h} dan di titik $x_{n+\sigma}$ adalah $y(x_{n+h})$ dan $y(x_{n+\sigma})$. Jika kita membandingkan $y_{n+h} - y(x_{n+h})$ dengan $y_{n+\sigma} - y(x_{n+\sigma})$ untuk suatu pemilihan σ, maka kita menginginkan selisih absolut $(y_{n+\sigma} - y(x_{n+\sigma}))$ lebih kecil dari selisih absolut $(y_{n+h} - y(x_{n+h}))$ untuk σ lain yang tertentu. Evaluasi fungsi seperti di atas tetap diharapkan

Hasil dan Pembahasan

Misalkan kita menyelesaikan masalah nilai awal dari,

$$y1' = 2.* y1 * (1.-y2), \qquad y1(0) = 1$$

$$y2' = - y2 * (1.-2. * y1), \qquad y2(0) = 3.$$

Akan kita cari penyelesaian persoalan tersebut dalam selang $0 < x < 4$, dengan toleransi 0,000001.

Pekerjaan pertama adalah membuat algoritma untuk mengontrol kesalahan lokal, kemudian membuat program metoda di atas secara lengkap dalam bahasa fortran-77 dan menggunakan program tersebut untuk memecahkan beberapa masalah nilai awal persamaan diferensial biasa.

Algoritma untuk mengontrol kesalahan lokal tersebut adalah sebagai berikut.

$\alpha = 1$
        Hitung TE
          iff TE $< E/30$ then
                hitung y_{i+1} menggunakan (11) order ke 5
                $\alpha = 3\alpha/2$
          endiff
while TE $>$ E dan $.6\alpha h > hl$ do
            $\alpha = 0.6\alpha$
        hitung TE
endwhile
$y_{i+1} = y_{i+1}$
$h = \alpha h$
$x_{i+1} = x_i + h$

KESIMPULAN

Dari pembahasan yang dilakukan dimuka bahwa listing program dari metoda Pseudo Embedded Runge-Kutta telah dicoba untuk beberapa persamaan diferensial, diantaranya :

1. y1' = 2.*y1 * (1.-y2) ; y1(0) = 1

   y2' = -y2 * (1.-2. * y1) ; y2(0) = 3

2. y1' = -y2 ; y1(0) = 2

   y2' = - 3. * y1-2. * y2 ; y2(0) = 2

3. y1' = - 5. * y1 ; y1(0) = 4

   y2' = 4. -3. * y2 - y1 ; y2(0) = 6

Program tersebut dapat digunakan untuk sembarang masalah nilai awal

y1' = f1(x,y1,y2) ; y1(0) = a

y2' = f2(x,y1,y2) ; y2(0) = b

dengan merubah pendefinisian fungsi eksternalnya dan nilai-nilainya.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

1. Haire, E., *Solving Ordinary Diferential Equations I*, Springer-Verlag, New York, 1987

2. Nakashima, M., *Pseudo Runge-Kutta Processes*, Publ. Res. Inst. Math. Sci., No. 23, 1987

3. ____________., *Embedded Pseudo Runge-Kutta Processes*, Siam J. Numer. Anal. Vol. 28, No. 6, pp 1790-1802, 1991

4. Zlatev, Z., *Stability of variable Stepsize Variable Formula Methods*, Numer. Math, 1978