

**PELABELAN TOTAL (a, d) -SISI-ANTI AJAIB
PADA GRAF BINTANG**

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

DWI NOVA RIZA

05134046



JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2011

ABSTRACT

A star S_n is a connected graph which has one vertex of degree $n + 1$, called the central vertex, and n vertices of degree one, called leaves.

Let $G = (V, E)$. Then a bijection from $g: (V(G) \cup E(G))$ into $\{1, 2, \dots, |V(G)| + |E(G)|\}$ is called an (a, d) -edge antimagic total labeling of G if the set of edge-weights from of all edge of G , $w(xy) = g(x) + g(xy) + g(y), xy \in E(G)$, form an arithmetic progression $W = \{a, a + d, \dots, +a(e - 1)d\}$ where a is the first initial term and d is the common difference. An (a, d) -edge antimagic total labeling is called a super (a, d) -edge antimagic total labeling if $g(V(G)) = \{1, 2, \dots, |V(G)|\}$ and $g(E(G)) = \{|V(G)| + 1, \dots, |V(G)| + |E(G)|\}$.

A star S_n has a super (a, d) -edge antimagic total labeling if $d \in \{0, 1, 2\}$ and $n \geq 1$ or $d = 3$ and $1 \leq n \leq 2$.

Keyword : Star, Super (a, d) -edge antimagic total labeling.

ABSTRAK

Graf bintang (*star*) S_n adalah suatu graf terhubung yang mempunyai satu titik berderajat $n + 1$ yang disebut dengan pusat, dan n titik lain yang berderajat satu yang disebut daun.

Untuk graf $G = (V, E)$, sebuah fungsi bijeksi $g: (V(G) \cup E(G)) \rightarrow \{1, 2, \dots, |V(G)| + |E(G)|\}$ disebut pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib dari graf G jika himpunan bobot sisi dari semua sisi di G , $w(xy) = g(x) + g(xy) + g(y)$, $xy \in E(G)$, membentuk barisan aritmatika $W = \{a, a + d, \dots, +a(e - 1)d\}$, dengan a adalah suku pertama dan d adalah selisih bobot sisi. Selanjutnya, pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib disebut pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib super jika $g(V(G)) = \{1, 2, \dots, |V(G)|\}$ dan $g(E(G)) = \{|V(G)| + 1, \dots, |V(G)| + |E(G)|\}$.

Graf bintang mempunyai pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib super jika $d \in \{0, 1, 2\}$ dan $n \geq 1$, atau $d = 3$ dan $1 \leq n \leq 2$.

Kata kunci : Graf Bintang, Pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib super.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf merupakan pasangan himpunan titik dan himpunan sisi. Pengaitan titik-titik pada graf membentuk sisi dan dapat dipresentasikan pada gambar sehingga membentuk pola tertentu. Pola-pola yang terbentuk didefinisikan dan dikelompokkan menjadi kelas-kelas graf. Beberapa kelas graf menurut banyaknya sisi yang terkait (*incident*) terhadap titik antara lain graf reguler, yang derajat setiap titiknya adalah sama dan graf irreguler, yang derajat setiap titiknya ada yang tidak sama.

Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan asli yang disebut label. Pelabelan tersebut pertama kali diperkenalkan oleh Sedlãček (1964), kemudian Stewart (1966), serta Kotzig dan Rosa (1970).

Secara umum, pelabelan adalah pemetaan satu-satu yang memetakan unsur himpunan titik dan atau unsur himpunan sisi ke bilangan asli yang disebut label. Pelabelan titik (*vertex labeling*) adalah pelabelan dengan domain himpunan titik, pelabelan sisi (*edge labeling*) adalah pelabelan dengan domain himpunan sisi, dan pelabelan total (*total labeling*) adalah dengan domain gabungan himpunan titik dan himpunan sisi.

Terdapat beberapa jenis pelabelan graf, diantaranya adalah pelabelan ajaib dan pelabelan anti ajaib. Jika graf memiliki bobot titik atau bobot sisi yang sama, maka graf ini disebut graf dengan pelabelan ajaib. Jika graf memiliki bobot titik

BAB III
PELABELAN TOTAL (a, d) SISI ANTI AJAIB
PADA GRAF BINTANG

Pada bab ini akan dijelaskan tentang pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib pada graf bintang S_n , untuk $n \geq 1$.

Misalkan x_0 adalah titik pusat dan $x_i, 1 \leq i \leq n$, adalah daun $S_n, n \geq 1$. Pertama-tama diberikan batas atas untuk parameter d pada pelabelan total (a, d) -sisi-anti ajaib super terhadap graf bintang S_n .

Teorema 3.1 *Jika graf bintang $S_n, n \geq 1$ adalah pelabelan total (a, d) -sisi-anti ajaib super maka $d \leq 3$.*

Bukti :

Misalkan terdapat pemetaan bijeksi $g : V(S_n) \cup E(S_n) \rightarrow \{1, 2, \dots, 2n + 1\}$ yang merupakan pelabelan total (a, d) sisi anti ajaib super. Misal $W = \{w(xy) \mid w(xy) = g(x) + g(y) + g(xy), xy \in E(S_n)\} = \{a, a + d, a + 2d, \dots, a + (n-1)d\}$ adalah himpunan bobot sisi. Bobot sisi minimum yang mungkin untuk graf bintang S_n diperoleh dengan cara :

- Titik pusat x_0 diberi label $g(x_0) = 1$, salah satu titik pada daun, misalkan x_i , diberi label $g(x_i) = 2$ sementara sisi x_0x_i diberi label $g(x_0x_i) = n + 2$, untuk suatu $i, 1 \leq i \leq n$. Maka diperoleh :

$$\begin{aligned} w_i &= g(x_0) + g(x_0x_i) + g(x_i) \\ &= 1 + 2 + (n + 2) \\ &= n + 5 \end{aligned}$$

BAB IV

KESIMPULAN

Graf bintang (*star*) S_n adalah suatu graf terhubung yang mempunyai satu titik berderajat $n + 1$ yang disebut dengan pusat, dan n titik lain yang berderajat satu yang disebut daun. Jumlah label titik dan label semua sisi yang menempel pada titik tersebut disebut bobot titik. Jumlah label sisi dan label dua titik yang menempel pada sisi disebut bobot sisi.

Jika suatu graf memiliki bobot titik atau bobot sisi yang berbeda, maka graf ini disebut graf dengan pelabelan anti ajaib. Jika semua sisi mempunyai bobot sisi yang berbeda dan himpunan bobot sisi dari semua sisi membentuk barisan aritmatika $\{a, a + d, \dots, a + (e - 1)d\}$, dengan suku pertama a dan selisih bobot sisi d , maka pelabelan tersebut disebut pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib. Selanjutnya, pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib disebut pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib super jika $g(V(G)) = \{1, 2, \dots, v\}$ dan $g(E(G)) = \{v + 1, v + 2, \dots, v + e\}$ dengan v adalah banyaknya titik di G dan e adalah banyaknya sisi di G .

Berdasarkan pembahasan pada bagian sebelumnya, yaitu Teorema 3.1 - Teorema 3.5 dapat disimpulkan bahwa graf bintang S_n mempunyai pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib super jika dan hanya jika :

- i. $d \in \{0, 1, 2\}$ dan $n \geq 1$, atau
- ii. $d = 3$ dan $1 \leq n \leq 2$.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

- [1] Baca, M dan Miller, M. *Super Edge-Antimagic Graph : A Wealth of Problems and Some Solutions*. Brown Walker Press, 2008.
- [2] Sugeng. K. A, Miller. M, Baca. M dan Slamin. (a, d) -Edge-Antimagic Total Labelings of caterpillars. *Lecture Notes in Computer Science* 3330 (2005), 169-180.
- [3] Sugeng. K. A. Magic and Antimagic Labeling of Graph. *Thesis S-3*.
- [4] West, D.B. *Introduction To Graph Teory*. Prentice-Hall, 1996.