KARAKTERISTIK G-HOMOMORFISMA

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

OLEH

MEGA PARAMITASARI
06 934 013

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2011

ABSTRAK

Misalkan grup hingga dan adalah grup yang beranggotakan matriks yang berukuran yang dapat dibalik dengan elemen di . Maka pemetaan adalah sebuah representasi dari . Representasi dari mempunyai hubungan yang sangat erat dengan -modul. G-modul adalah suatu ruang vektor berdimensi hingga atas yang didalamnya didefinisikan suatu perkalian (untuk setiap yang memenuhi kondisi-kondisi berikut, yaitu untuk setiap *u*, *v* , λ , dan berlaku *V*, , 1*v* = *v*, (λ) = λ(), = .
Dalam tugas akhir ini dibahas homomorfisma -modul, yaitu suatu pemetaan linier dengan dan adalah -modul yang memenuhi untuk setiap dan . Selanjutnya jika adalah -homomorfisma maka adalah G-submodul dari dan adalah G-submodul dari . Misalkan merupakan -modul dengan basis dan merupakan -modul dengan basis . Maka dan isomorfik jika dan hanya jika representasi dan ekivalen. Dengan demikian, terdapat keterkaitan antara -modul yang saling isomorfik dengan representasi yang ekivalen.

Kata kunci : *Representasi, G-modul, G-homomorfisma, G-submodul, dan isomorfik.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Dalam aljabar abstrak terdapat suatu teori yang dapat mereduksi permasalahan dalam aljabar abstrak ke permasalahan dalam aljabar linier. Teori ini dikenal dengan istilah teori representasi.

Misalkan grup hingga dan adalah grup yang beranggotakan matriks berukuran yang dapat dibalik dengan elemen di . Maka pemetaan $_n$() dikatakan sebagai sebuah representasi dari .

Misalkan ruang vektor atas . Maka dinamakan suatu modul, jika di ruang vektor didefinisikan suatu perkalian untuk setiap dan yang memenuhi kondisi-kondisi tertentu.

Dalam aljabar seringkali didefinisikan suatu objek terlebih dahulu, kemudian didefinisikan pemetaan yang mempertahankan struktur objek tersebut. Sebagai contoh, pemetaan yang mempertahankan struktur grup adalah homomorfisma grup, dan yang mempertahankan struktur ruang vektor adalah pemetaan linier. Pada representasi grup terdapat pemetaan yang mempertahankan struktur -modul, yaitu -homomorfisma.

Misalkan dan -modul. Suatu pemetaan linier yang memenuhi untuk setiap dan dinamakan -homomorfisma. Dengan kata lain, jika memetakan ke , maka memetakan ke untuk setiap .

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka perumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah bagaimana karakterisasi dari -homomorfisma.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam tulisan ini, pembahasan homomorfisma -modul dibatasi pada ruang vektor berdimensi hingga atas lapangan kompleks dan grup hingga.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk menjelaskan karakterisasi dari -homomorfisma.

BAB IV
KESIMPULAN

Suatu ruang vektor berdimensi hingga atas adalah suatu -modul jika perkalian (untuk setiap dan) terdefinisi dan memenuhi kondisi berikut, yaitu untuk setiap , , dan berlaku , , ,, dan .

Misalkan dan merupakan -modul dan suatu pemetaan linier dimana untuk setiap ,, maka disebut -homomorfisma. Diantara karakteristik -homomorfisma, yaitu:

1. Misalkan dan merupakan -modul dan merupakan -homomorfisma. Dalam tulisan ini telah ditunjukkan bahwa merupakan -submodul dari , dan merupakan -submodul dari . Pembuktian kedua hal tersebut dituangkan dalam Proposisi 3.1.2.
2. Misalkan merupakan -modul dengan basis dan merupakan -modul dengan basis . Maka dan isomorfik jika dan hanya jika representasi dan ekivalen. Dengan demikian, terdapat keterkaitan antara -modul yang saling isomorfik dengan representasi yang ekivalen. Hal tersebut ditunjukkan dalam Teorema 3.1.7.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anton, Howard. 1991. *Aljabar Linier Elementer***.** Terjemahan, Penerbit Erlangga, Jakarta.

[2] Arifin, Achmad. 2000. *Aljabar*. Penerbit ITB, Bandung.

[3] Budhi, Wono Setya, Irawati. 2005. *Aljabar II*. Penerbit Universitas Terbuka, Jakarta

[4] Jacob, Bill. 1990. *Linear Algebra***.** W.H. Freeman and Company, New York.

[5] James, Gordon, Martin Liebeck. 2001. *Representasi and Characters of Grup*. Cambridge University Press.