

**KESTABILAN MODEL EPIDEMI SEIR  
DENGAN TINGKAT IMIGRASI KONSTAN**

**SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA**

Oleh :  
**NOVI EKA ADE PUTRA**  
07 934 021



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ANDALAS  
PADANG  
2011**

## **ABSTRAK**

Model SEIR merupakan suatu model epidemiologi untuk laju penyebaran penyakit. Model ini mendeskripsikan penyebaran penyakit dalam suatu populasi dengan ukuran bervariasi. Pada model SEIR, populasi terbagi atas kelompok rentan, laten, terinfeksi, dan bebas penyakit. Tujuan skripsi ini adalah menganalisis kestabilan penyebaran penyakit menular yang memiliki periode laten, dengan melakukan linierisasi model menggunakan Matriks Jacobian.

**Kata kunci :** Model SEIR, kestabilan, periode laten, Matriks Jacobian.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Dalam dunia kesehatan terdapat penyakit yang bersifat menular (*infectious diseases*) dan tidak menular (*non infectious diseases*). Pada tugas akhir ini akan dibahas pemodelan penyebaran penyakit yang menular. Dalam hal ini, matematika mempunyai peran yang penting untuk mengetahui pola penyebaran penyakit menular.

Beberapa penyakit seperti cacar air (*measles*), gondong (*mumps*), *tubercoluses*, *Human Immunodeficiency Virus* (HIV) mempunyai periode laten (*laten period*). Periode laten adalah selang waktu dimana suatu individu terinfeksi sampai munculnya penyakit. Adanya periode laten ini menjadi alasan pembentukan model SEIR, yakni munculnya kelas ekspos (*exposed*). Kemudian, dengan adanya imigran yang masuk konstan ke dalam kelas rentan dan kelas laten, dimana imigran tersebut terdiri dari individu-individu rentan dan laten. Sehingga berdasarkan keadaan tersebut, akan dibahas kestabilan model epidemi SEIR dengan tingkat imigrasi konstan.

Model epidemi SEIR merupakan perluasan dari model epidemi SIR yang dikemukakan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927. Model SEIR menggambarkan empat kelas yakni kelas banyaknya individu yang rentan terhadap penyakit (*susceptibles*), kelas banyaknya individu yang dicurigai terinfeksi oleh penyakit (*exposed*), kelas banyaknya individu yang telah terinfeksi oleh penyakit (*infectious*), dan kelas banyaknya individu yang bebas dari penyakit (*recovered*).

### 1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah diatas, maka dalam skripsi ini akan di kaji masalah kestabilan model epidemi SEIR (*Susceptibles, Exposed, Infectious, and Recovered*) dengan tingkat imigrasi konstan.

### **1.3 Pembatasan Masalah**

Agar lebih fokus dan tidak memperluas masalah, dalam skripsi ini dibatasi dengan asumsi bahwa pada tiap kelas terjadi kematian alami, terjadi kematian yang disebabkan oleh penyakit itu sendiri, dan individu yang masuk ke dalam kelas ekspos merupakan individu yang terinfeksi tetapi belum bisa menularkan penyakitnya. Selain itu, model ini juga menggambarkan laju kontak antara individu rentan dengan individu laten, terinfeksi, dan bebas penyakit.

### **1.4 Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk mengetahui kestabilan model epidemi SEIR dengan tingkat imigrasi konstan.

### **1.5 Sistematika Penulisan**

Adapun sistematika penulisan dalam skripsi ini terdiri dari 4 bab yang masing-masing bab yaitu Bab I Pendahuluan yang terdiri dari latar belakang masalah, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori yang terdiri dari teori-teori yang akan mendukung pembahasan masalah pada Bab III yaitu landasan teori yang menjelaskan tentang teori matriks, ekspansi kofaktor, Matriks Jacobian, kestabilan sistem non linier, dan Teorema Kriteria Routh Hurwitz. Bab III akan mengkaji lebih lanjut tentang kestabilan model epidemi SEIR dengan tingkat imigrasi konstan. Bab IV memberikan kesimpulan dari analisis yang telah dilakukan pada Bab III.

## BAB IV

### KESIMPULAN

Model epidemi SEIR merupakan model penyebaran penyakit menular yang terjadi pada kelompok-kelompok individu yang berbeda, yaitu kelas rentan, ekpos, terinfeksi, dan bebas penyakit. Terjadinya interaksi antara individu rentan dengan individu ekpos, terinfeksi, dan bebas penyakit, akan mengakibatkan adanya masa yang di lewati antara kerentanan individu hingga munculnya penyakit. Kemudian, adanya imigran masuk ke dalam kelas rentan dan ke dalam kelas ekpos, akan mempengaruhi kestabilan yang asimtotik terhadap titik ekuilibriumnya. Kestabilan asimtotik pada saat peluang imigran masuk ke dalam kelas ekpos 0 dan peluang imigran masuk ke dalam kelas ekpos besar dari 0.

Sehingga, berdasarkan analisis yang telah dilakukan pada bab III diperoleh kesimpulan, yaitu :

1. Jika  $p = 0$  maka tidak terdapat individu yang terinfeksi atau di curigai terinfeksi penyakit. Kemudian, juga tidak terdapat imigran yang masuk kedalam kelas ekpos. Semua imigran hanya masuk kedalam kelas rentan sebanyak  $\frac{A}{\mu}$ .
2. Jika  $p > 0$  maka terdapat penyakit yang bersifat endemik pada masing-masing individu *susceptibles*, *exposed*, *infectious*, dan *recovered*.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, H., 2000, *Dasar-Dasar Aljabar Linear*, edisi ketujuh, (diterjemahkan oleh: Suminto, H.), Interaksara, Batam.
- [2] Li G, Wang W, and Jin Z. (2006). *Global stability of an SEIR epidemic model with constant immigration*. *Chaos, Soliton & Fractal* 30; 1012-1019.
- [3] Britton, N.F., 2005, *Essential Mathematical Biology*, Springer-Verlag, USA.
- [4] Finizio, N. and Ladas, G., 1988, *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern*, edisi kedua, (diterjemahkan oleh: Santoso, W.), Erlangga, Jakarta.
- [5] Berlin. Ross, S.L., 1984, *Differential Equations*, John Wiley and Sons, Inc., Singapore.
- [6] Boyce, W. E and R. C DiPrima. 1992. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. 5<sup>th</sup> Edition. John Wiley and Son, Inc, Canada.