

I PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang Masalah

Penentuan bilangan Ramsey merupakan salah satu topik kajian dalam kombinatorik. Perkembangannya diawali dari ide dasar bilangan Ramsey klasik yaitu untuk bilangan bulat positif m dan n , bilangan Ramsey $R(m;n)$ adalah bilangan bulat positif terkecil R sedemikian sehingga bila sisi-sisi graf lengkap K_R diwarnai dengan dua warna maka akan terbentuk subgraf monokromatik K_m atau subgraf monokromatik K_n . Dengan kata lain, untuk sebarang graf G yang berorde R , G akan memuat K_m atau komplemen dari G akan memuat K_n .

Penelitian untuk menentukan nilai eksak bilangan Ramsey klasik telah mendapat banyak perhatian. Namun demikian kemajuan yang didapatkan masih relatif lambat. Sampai saat ini baru sembilan buah nilai eksak bilangan Ramsey klasik yang diketahui, yaitu Greenwood dan Gleason (1955) yang menunjukkan bahwa $R(3;3) = 6, R(3;4) = 9, R(3;5) = 14, R(4;4) = 18$. Kery (1964) kemudian membuktikan bahwa $R(3;6) = 18$, diikuti oleh Kalbfleisch (1966) yang memberikan $R(3;7) = 23$. Dua bilangan Ramsey lain diberikan oleh Grienstead dan Roberts (1982) yaitu $R(3;8) = 28, R(3;9) = 36$. Hasil terbaru diberikan oleh Mc Kay dan Radziszowski (1995) yang menunjukkan bahwa $R(4;5) = 25$.

Untuk nilai $m, n \geq 3$ lainnya, penentuan nilai eksak bilangan Ramsey klasik merupakan persoalan yang sulit walaupun batas atas dan batas bawah dari bebe-

rapa bilangan tersebut telah diperoleh. Kesulitan ini mendorong para peneliti untuk mengembangkan konsep bilangan Ramsey klasik, salah satunya dengan pengembangan ke arah konsep bilangan Ramsey bipartit. Konsep ini mengganti domain graf lengkap pada bilangan Ramsey klasik menjadi graf bipartit lengkap dan mengganti syarat kelengkapannya menjadi graf bipartit.

Misalkan H_1 dan H_2 adalah graf-graf bipartit. Bilangan Ramsey bipartit $b(H_1;H_2)$ adalah bilangan bulat positif terkecil b sedemikian sehingga apabila sisi-sisi graf bipartit lengkap $K_{b,b}$ diwarnai dengan dua warna maka akan terbentuk subgraf monokromatik H_1 atau subgraf monokromatik H_2 . Dengan kata lain, untuk sebarang subgraf G dari $K_{b,b}$, G memuat H_1 atau komplemen dari G yang relatif terhadap $K_{b,b}$ memuat H_2 .

Untuk kombinasi H_1 dan H_2 yang berbentuk graf bipartit lengkap, sampai saat ini beberapa nilai eksak maupun batas-batas untuk $b(H_1;H_2)$ telah diperoleh.

Beineke dan Schwenk [1] tahun 1975 telah menunjukkan bahwa

$b(K_{2,2};K_{2,2}) = 5$, $b(K_{2,4};K_{2,4}) = 13$, $b(K_{3,3};K_{3,3}) = 17$, dan menunjukkan bahwa $b(K_{2,n};K_{2,n}) = 4n - 3$ untuk $n = 2$ atau untuk n yang

merupakan bilangan ganjil sedemikian sehingga terdapat suatu matriks Hadamard yang berorde $2(n - 1)$.

Pada tahun 1978, Irving [8] menunjukkan bahwa $b(K_{4,4};K_{4,4}) \leq 48$. Hattingh dan Henning pada tahun 1998 [6] membuktikan bahwa

$$b(K_{2,2};K_{3,3}) = 9, b(K_{2,2};K_{4,4}) = 14.$$

Pada tahun 2000, Carnielli dan Carmelo [3] membuktikan bahwa jika $4n-3$
3

merupakan pangkat prima maka $b(K_{2,n};K_{2,n}) = 4n-3$. Selain itu juga ditunjukkan bahwa $b(K_{2,2};K_{1,n}) = n + q$, untuk $q^2 - q + 1 \leq n \leq q^2$, dengan q merupakan suatu pangkat prima.

Konsep bilangan Ramsey bipartit tidak hanya berkembang untuk kombinasi H_1 dan H_2 yang berbentuk graf bipartit lengkap saja, tetapi juga berkembang untuk kombinasi H_1 dan H_2 yang berbentuk graf bipartit tertentu. Beberapa hasil telah ditemukan. Pada tahun 1975, Faudree dan Schelp [5] membuktikan nilai eksak bilangan Ramsey Bipartit $b(H_1;H_2)$ untuk H_1 dan H_2 yang berbentuk lintasan. Untuk H_1 dan H_2 yang berbentuk lintasan dan bintang, nilai eksak bilangan Ramsey Bipartite $b(H_1;H_2)$ berhasil ditemukan oleh Hattingh dan Henning [7] pada tahun 1998.

Dalam tulisan ini penulis tertarik untuk mengkaji masalah bilangan Ramsey bipartit $b(H_1;H_2)$ untuk H_1 dan H_2 yang berbentuk lingkaran genap dan graf bipartit lengkap $K_{2,2}$.

I.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah dalam tulisan ini adalah berapakah nilai eksak bilangan Ramsey bipartit untuk kombinasi graf lingkaran genap C_{2m} , $m \geq 2$ dan graf bipartit lengkap $K_{2,2}$.

I.3 Tujuan Penelitian

Tulisan ini bertujuan untuk mengkaji batas-batas bilangan Ramsey bipartit $b(C_{2m}; K_{2,2})$, $m \geq 3$, dan mengkaji nilai eksak bilangan Ramsey bipartit $b(C_{2m}; K_{2,2})$, $m \geq 2$.

I.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memperluas wawasan penulis dan pembaca, serta dapat memberikan sumbangan terhadap pengembangan kajian matematika, khususnya perkembangan konsep bilangan Ramsey bipartit.