BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Seiring perkembangan zaman dan kemajuan teknologi, aplikasi teori graf telah merambah ke aneka disiplin ilmu dan membantu memudahkan orang untuk menyelesaikan permasalahan. Penggunaan graf ditekankan untuk memodelkan persoalan. Teori graf juga sangat berguna untuk mengembangkan model-model yang terstruktur dalam berbagai situasi. Teori graf berkembang seiring dengan ditemukannya masalah-masalah dalam kehidupan. Beberapa masalah yang dapat diselesaikan dengan teori graf, seperti masalah jaringan listrik, jaringan telepon, jaringan komputer, jalan penghubung antar kota dan lain sebagainya.

Salah satu teori yang berkembang pesat dalam bidang graf adalah teori Ramsey. Teori Ramsey pertama kali dikaji oleh Frank Plumpton Ramsey (1930). Teori ini digunakan dalam permasalahan mencari prosedur untuk menentukan benar-tidaknya (konsistensi) suatu formula logika yang diberikan. Teori tersebut menjadi terkenal setelah Erdos dan Szekeres (1935) mengaplikasikannya ke dalam teori Graf. Ramsey mendefinisikan bahwa apabila terdapat dua buah bilangan asli a dan b dengan $a, b \geq 2$, maka bilangan Ramsey $R(a, b)$ adalah bilangan asli terkecil n, sedemikian sehingga jika graf lengkap K_n dengan n titik diwarnai de-ngan warna merah atau biru, maka graf tersebut akan selalu memuat graf lengkap

K_a dengan a titik merah atau K_b dengan b titik biru sebagai subgraf. Bilangan R(a, b) ini disebut sebagai bilangan Ramsey klasik.

Penelitian tentang penentuan bilangan Ramsey klasik R(a, b) telah memperoleh banyak perhatian. Namun demikian, hasilnya masih jauh dari yang diharapkan. Semenjak pertama kali diperkenalkan (1928), hanya sembilan nilai eksak bilangan Ramsey klasik R(a, b) yang baru diketahui. Konsep awal bilangan Ramsey adalah konsep bilangan Ramsey klasik dua warna yang diberikan oleh Erdos dan Szekeres. Karena masalah ini sangat sulit, beberapa peneliti memperumum konsep bilangan Ramsey klasik menjadi konsep bilangan Ramsey graf sebarang. Bilangan Ramsey graf R(G, H) didefinisikan sebagai bilangan bulat terkecil N sedemikian sehingga setiap graf F dengan orde N akan memenuhi kondisi sebagai berikut: F memuat G sebagai subgraf atau komplemen dari F memuat H sebagai subgraf.

Kajian penentuan bilangan Ramsey Graf untuk pasangan graf bintang dan bintang telah tuntas dilakukan oleh Burr dkk (1973). Penentuan bilangan Ramsey untuk bintang dan graf bipartit lengkap juga telah dikaji, walaupun hasilnya masih sedikit. Hal ini dilakukan oleh Harary (1972), Lawrence (1973), Parson (1975), dan Rosyida (2004). Kajian penentuan bilangan Ramsey untuk bintang dan roda hampir tuntas, dan dilakukan oleh beberapa peneliti, diantaranya: Baskoro dkk. (2002), Chen dkk. (2004), dan Korolova (2005). Kasus yang tersisa untuk bintang dan roda tersebut dikaji oleh penulis dan hasilnya disajikan pada Bab III.

1.2 Perumusan Masalah

Misal terdapat graf bintang dengan n titik, dinotasikan S_n dan graf roda dengan m+1 titik, dinotasikan W_m. Akan ditentukan berapakah bilangan asli terkecil $R(S_n, W_m) = t$ sedemikian sehingga sebarang graf G dengan t titik memuat sebuah graf bintang S_n atau komplemennya memuat sebuah graf roda W_m.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada tahun 2001, Surahmat dan Baskoro mengkaji bilangan Ramsey untuk bintang dan roda. Hasilnya adalah $R(S_n, W_4) = 2n - 1$ untuk n ganjil, $n \geq 3$ dan $R(S_n, W_4) = 2n+1$ untuk n genap. Mereka juga membuktikan $R(S_n, W_5) = 3n-2$ untuk $n \geq 3$. Selain itu, mereka juga memperoleh $R(S_n, W_m) = 3n - 2$ untuk m ganjil, $m \geq 5$ dan $n \geq 2m - 4$. Hasil ini juga diperkuat oleh Chen dkk. (2004) yang membuktikan $R(S_n, W_m) = 3n - 2$ untuk m ganjil, $m \geq 5$ dan $n \geq m - 1 \geq 2$. Zhang dkk. menunjukkan $R(S_n, W_6) = 2n + 1$ untuk $n \geq 3$ dan $R(S_n, W_8) = 2n + 1$ untuk n ganjil, $5 \leq n \leq 10$ dan $R(S_n, W_8) = 2n + 2$ untuk n genap. Korolova menunjukkan bahwa untuk m ganjil, $R(S_n, W_m) = 3n - 2$ jika $n = m, m + 1$ atau $m + 2$. Selain itu Hasmawati (2005) juga membuktikan $R(S_n, W_m) = m + n - 2$ untuk n ganjil, $m \geq 2n - 2$ dan $n \geq 4$.

Pada tugas akhir ini akan dibahas bilangan Ramsey untuk pasangan bintang dan roda untuk selang m dan n yang belum dikaji yaitu : $R(S_n, W_m)$ untuk m ganjil, $n \geq 3$ dan $m \leq 2n - 1$, serta untuk n ganjil, $n \geq 5$ dan $m = 2n - 4$.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk menentukan bilangan Ramsey $R(S_n, W_m)$ untuk m ganjil, $n \geq 3$ dan $m \leq 2n - 1$, serta bilangan Ramsey $R(S_n, W_m)$ untuk n ganjil, $n \geq 5$ dan $m = 2n - 4$.

1.5 Sistematika Penulisan

Pada Bab I diuraikan tentang latar belakang masalah, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan skripsi ini. Konsep dasar dari bilangan Ramsey, definisi dan terminologi, serta beberapa teori pendukung yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan skripsi ini disajikan pada Bab II sebagai landasan teori. Pada bab ini juga akan diberikan beberapa teorema pendukung untuk membantu proses pembuktian teorema utama. Pembahasan dari permasalahan tersebut akan diuraikan pada Bab III. Penulisan skripsi ini diakhiri dengan bagian kesimpulan dan saran yang disajikan pada Bab IV.