

DEKOMPOSISI PRA A*-ALJABAR

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

OLEH :

RAHMIATI ABAS

BP. 0810432036



JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2012

TANDA PERSETUJUAN SKRIPSI

Dengan ini dinyatakan bahwa:

Nama : Rahmiati Abas
No. Buku Pokok : 0810432036
Jurusan : Matematika
Bidang : Aljabar
Judul Skripsi : Dekomposisi Pra A*-Aljabar

telah diuji dan disetujui skripsinya sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) melalui ujian sarjana yang diadakan pada tanggal

19 Juli 2012 berdasarkan ketentuan yang berlaku.

Pembimbing,

1.

Dr. Admi Nazra

NIP. 19730330 199903 1 002

2.

Nova Noliza Bakar, M.Si

NIP. 19631104 199203 2 002

Penguji,

1.

Dr. Lyra Yulianti

NIP. 19750706 199903 2 003

2.

Zulakmal, M.Si

NIP. 19671108 199802 1 001

3.

Dr. Dodi Devianto

NIP. 19771227 200012 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unand

Dr. Syafrizal Sy

NIP. 19670807 199309 1 001

UCAPAN TERIMA KASIH

Syukur Alhamdulillah atas nikmat yang telah Allah SWT berikan sehingga saya dapat menyelesaikan tugas akhir ini. Shalawat dan salam senantiasa dicurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah membawa umatnya dari alam kebodohan ke alam yang penuh dengan ilmu pengetahuan.

Terima kasih kepada yang tercinta Ayahanda Hasan Basri, Ibunda Jawahir yang telah memberikan begitu banyak Doa, dorongan, dan pengorbanan yang tidak akan mampu digantikan oleh apapun. Kepada Kakak-kakakku Nurza/ Amrizal, Ahmad Afdal Abas/Khairani, dan Safrizal/Yeni yang telah memberikan pengajaran dan pertolongan yang tak terhingga.

Dosen pembimbing, Bapak Dr.Admi Nazra, dan Ibu Nova Noliza Bakar, M.Si beribu terima kasih atas bimbingan, saran dan waktunya dalam penyelesaian tugas akhir ini.

Dosen penguji, Ibu Dr.Lyra Yulianti, Bapak Zulakmal, M.Si dan Bapak Dr. Dodi Devianto, terima kasih atas pengarahan dan saran dalam penyelesaian tugas akhir ini.

Dosen-dosen jurusan Matematika, Pak Syafrizal, Pak Budi, Pak Narwen, Pak Werman, Pak Made, Pak Iqbal, Pak Yudi, Pak Jon, Pak Efendi, Pak Effendi, Pak Muhafzan, Pak Syafruddin, Bu Yozza, Bu Ayu, Bu Iza, Bu Monik, Bu Sil, Bu Nova, Bu Riri, dan Bu Maiyastri. Terima kasih atas ilmunya yang berharga.

Staf dan pegawai jurusan Matematika, Mama Cun, Bu Eli, Pak Syamsir, Bu Dona, Bu Opi, Mami dan kak Debi di perpustakaan, serta ibu CS, terima kasih karena telah membantu selama penulis melaksanakan studi di jurusan Matematika Universitas Andalas.

Keluarga besar HIMATIKA, semangat dan perjuangan bersama-sama selalu menjadi kenangan di kemudian hari yang tak terhingga nilainya.

Keluarga besar Kopma Unand, terima kasih atas ilmu dan pengalaman tentang koperasinya. Selalu bangga bisa menjadi bagian dari kalian.

Teman-teman GeCha, Rere, Elin (Dadok), Tika Khairawati(tikok), Manda, Welly (teman seperjuangan selama pembuatan skripsi sampe nilai pun sama), Ciphie, yang selalu rame n heboh.

Teman-teman angkatan 2008 O'Laplace, Ivone, Liza, Via, Virza (komting yang rajin), Nurma, Vebby, Elza, Iin (makasih konsumsi buat seminar dan sidangnya), Tika Yuliana (teman satu kos), Eed, Ica, Mimi, Sari, Kak Su yang selalu ketawa, Anggi, Oji, Ichel, Cinta alias fitri, Erik, Shanda yang udah pindah ke Kedokteran Gigi, Kak Ade yang selalu ngasih izin utang pulsa, Tere, Hasan, Dinny, Desi, Helcy, Lindo, Yuli, Opa, Ana, Mezi, Wili, Enid, Elvi, Cesa, Dina Irawati, Ririn, Meta, Rika, Dina Yelni, Uthe, Wiwiek, Kak Nini, Eris, Sarti, Bayu, Oni, Tama, Neli, Putri, Rara, Lia, dan Yolwi. Terima kasih untuk semua pengalaman yang kita lewati sejak tahun pertama.

Buat Julhami Yose, makasih atas semangat dan pangorbanannya, yang tak bisa dilupakan. Mudah-mudahan cepat nyusul yaa...

Keluarga Besar KKN Lakitan, yaitu Luky, Ali (aconk), Dini, Nina, Tari, Elsa, Nila, Deny, Bang Dipo, Kak Novi, Veby, Wilda, Ade, Rano, Adi, Riko, Bang Rehan, Rangga, terima kasih karena telah memberikan banyak kenangan indah selama masa KKN kita.

Untuk semua yang tidak bisa disebutkan satu per satu, terimakasih untuk semua kebaikan yang pernah diberikan. Semoga Allah SWT membalas dengan kebaikan pula, amin ya rabbal alamin...

Rahmiati Abas

KATA PENGANTAR

Syukur alhamdulillah, segala puji Penulis haturkan atas kehadiran Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul "Dekomposisi Pra A*-Aljabar". Shalawat dan salam semoga selalu tercurahkan kepada Baginda Rasulullah SAW yang telah menebarkan ilmu dan iman dalam cahaya Islam yang beliau bawa. Penulis menyampaikan ungkapan terima kasih dan penghargaan yang tulus kepada yang terhormat :

1. Bapak Dr. Syafrizal Sy, sebagai ketua jurusan pada jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas.
2. Bapak Dr. Admi Nazra dan Ibu Nova Noliza Bakar, M.Si sebagai pembimbing yang telah bersedia meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, pengarahan, dan saran kepada penulis sampai selesainya skripsi ini.
3. Ibu Dr. Lyra Yulianti, Bapak Zulakmal, M.Si dan Bapak Dr. Dodi Devianto sebagai penguji yang telah memberikan pengarahan dan saran untuk perbaikan penulisan skripsi ini.
4. Bapak Budi Rudianto, M.Si selaku pembimbing akademis yang telah memberikan nasehat dan motivasi kepada penulis.
5. Seluruh staf pengajar jurusan Matematika Universitas Andalas yang telah banyak memberikan ilmu yang bermanfaat bagi penulis dan seluruh staf tata usaha jurusan Matematika yang telah banyak membantu selama penulis melaksanakan studi di jurusan Matematika Universitas Andalas.
6. Seluruh teman-teman yang telah mendukung dan memberikan semangat kepada penulis terutama teman-teman angkatan 2008 (O'Laplace). Buat

kakak-kakak senior dan adik-adik junior yang tidak bisa disebutkan satu persatu di Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA) jurusan Matematika Universitas Andalas.

7. Semua pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Selesainya skripsi ini tidak lepas dari do'a yang tulus, motivasi, dorongan semangat, dan bantuan yang senantiasa diberikan oleh kedua orang tua, Ayahanda Hasan Basri dan Ibunda Jawahir, kakanda Nurza/Amrizal, Ahmad Afdal Abas/Khairani, dan Safrizal/Yeni serta seluruh keluarga besar penulis.

Penulis menyadari penulisan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengharapkan kritik dan saran agar kedepannya diperoleh hasil yang lebih baik. Penulis berharap agar skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membutuhkannya. Amin.

Padang, Juli 2012

Rahmiati Abas

ABSTRAK

Suatu sistem matematika $(A, \wedge, \vee, (\cdot)^\sim)$ dinamakan Pra A^* -Aljabar, bila anggota-anggotanya memenuhi sifat-sifat tertentu. Untuk selanjutnya, sistem $(A, \wedge, \vee, (\cdot)^\sim)$ ditulis A yang menyatakan Pra A^* -Aljabar.

Misal didefinisikan sebuah relasi " \leq " pada Pra A^* -Aljabar dengan $x \leq y$ jika dan hanya jika $y \wedge x = x \wedge y = x$. Selanjutnya misalkan terdapat suatu sistem matematika $(M_x, \wedge, \vee, *)$ dengan $M_x = \{s \in A \mid s \leq x\}$.

Misalkan terdapat himpunan $B(A) = \{x \in A \mid x \vee x^\sim = 1\}$ yang disebut senter (centre) dari A , dan didefinisikan $M_a = \{s \in B(A) \mid s \leq a\}$ dan $M_{a^\sim} = \{t \in B(A) \mid t \leq a^\sim\}$.

Pada skripsi ini dikaji sifat-sifat dari M_x , yaitu: suatu sistem $(M_x, \wedge, \vee, *)$ adalah Pra A^* -Aljabar dengan unsur identitas 1 , $M_x = \{x \wedge s \mid s \in A\}$, $M_x = M_y$ jika dan hanya jika $x = y$, $M_x \cap M_y = M_{x \wedge y}$, $(M_x)_{x \wedge y} = M_{x \wedge y}$, dan pemetaan $\alpha_x : A \rightarrow M_x$ adalah sebuah homomorfisma pada. Kemudian juga dikaji bahwa A monomorfik dengan $M_a \times M_{a^\sim}$ dan $B(A) \sim M_a \times M_{a^\sim}$.

Kata Kunci: Aljabar Boolean, Pra A^* -Aljabar, Pra A^* -Homomorfisma, Dekomposisi Pra A^* -Aljabar.

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	v
ABSTRAK	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	x
PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah1
1.2 Perumusan Masalah2
1.3 Tujuan2
1.4 Sistematika Penulisan3
LANDASAN TEORI	4
2.1 Fungsi, Fungsi Satu-satu, dan Fungsi Pada4
2.2 Aljabar Boolean5
2.3 Pra A^* -Aljabar dan Poset (Partially Orderet Set)6
DEKOMPOSISI PRA A^* -ALJABAR	12
3.1 Pra A^* -Aljabar M_x12
3.2 Dekomposisi dari A18

KESIMPULAN	23
DAFTAR PUSTAKA	24

DAFTAR TABEL

2.3.1	Operasi Biner \wedge pada A8
2.3.2	Operasi Biner \vee pada A8
2.3.3	Operasi unary \sim pada A8

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Gagasan Pra A^* -Aljabar diperkenalkan pada tahun 2000 oleh J.Venkateswara Rao. Pra A^* -Aljabar adalah suatu sistem matematika $(A, \wedge, \vee, (\cdot)^\sim)$ dimana A adalah himpunan tak kosong dengan \wedge (meet) dan \vee (join) adalah operasi biner dan $(\cdot)^\sim$ (tilda) adalah operasi tunggal, yang memenuhi: $x^{\sim\sim} = x$, $x \wedge x = x$, $x \vee y = y \vee x$, $(x \vee y)^\sim = x^\sim \vee y^\sim$, $x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$, $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$, dan $(x \wedge y) = x \wedge (x^\sim \vee y)$, untuk setiap $x, y, z \in A$.

Misalkan didefinisikan sebuah relasi " \leq " pada Pra A^* -Aljabar dengan $s \leq x$ jika dan hanya jika $s \wedge x = x \wedge s = s$. Selanjutnya misalkan terdapat suatu sistem matematika $(M_x, \wedge, \vee, *)$ dengan $M_x = \{s \in A | s \leq x\}$.

Misalkan terdapat himpunan $B(A) = \{x \in A | x \vee x^\sim = 1\}$ yang disebut senter (centre) dari A . Kemudian didefinisikan $M_a = \{s \in B(A) | s \leq a\}$ dan $M_{a^\sim} = \{t \in B(A) | t \leq a^\sim\}$.

Pada tulisan ini akan dikaji sifat-sifat dari sistem $(M_x, \wedge, \vee, *)$ dan kaitan antara A dengan M_x . Kemudian juga dikaji kaitan antara A dengan dekomposisi

Pra A^* -Aljabar $M_a \times M_{a^-}$ dan $B(A)$ dengan dekomposisi Pra A^* -Aljabar $M_a \times M_{a^-}$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka permasalahan yang dibahas pada tulisan ini adalah:

1. Bagaimana sifat-sifat dari sistem $(M_x, \wedge, \vee, *)$?
2. Bagaimana kaitan antara suatu himpunan A dengan dekomposisi Pra A^* -Aljabar $M_a \times M_{a^-}$ dan $B(A)$ dengan dekomposisi Pra A^* -Aljabar $M_a \times M_{a^-}$?

1.3 Tujuan

Adapun tujuan dari tulisan ini adalah:

1. Untuk mengkaji sifat-sifat dari sistem $(M_x, \wedge, \vee, *)$.
2. Untuk mengkaji kaitan antara suatu himpunan A dengan dekomposisi Pra A^* -Aljabar $M_a \times M_{a^-}$ dan $B(A)$ dengan dekomposisi Pra A^* -Aljabar $M_a \times M_{a^-}$.

1.4 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini akan dibagi menjadi empat Bab. Bab I Pendahuluan terdiri dari latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan. Bab II merupakan landasan teori yang berisi tentang materi dasar dan penunjang, yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan pada skripsi ini. Bab III memuat pembahasan mengenai Pra A^* -Aljabar M_x dan dekomposisi dari Pra A^* -Aljabar. Bab IV merupakan kesimpulan dari pembahasan.