

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Topologi merupakan cabang matematika yang merupakan pengembangan dari geometri. Sesuai dengan namanya, topologi, kajian awal bidang ini adalah dengan mempertimbangkan konsep 'tempat' dalam struktur lokal maupun globalnya (konsep ruang topologi). Awal kajian topologi dilakukan oleh Euler pada tahun 1752 (sejalan dengan berkembangnya teori graf) dan konsep topologinya sendiri diperkenalkan beberapa abad kemudian oleh B. Listing. Kajian topologi ini dikembangkan dengan menggunakan konsep teori himpunan dengan memperhatikan himpunan titik-titik dan keluarga himpunan tersebut. Istilah topologi ini digunakan sebagai nama bidang kajiannya atau juga sebagai nama himpunan dengan sifat-sifat tertentu yang digunakan dalam ruang topologinya. Salah satu konsep penting yang dikaji dalam topologi adalah pemetaan (fungsi) yang bersifat homomorfisma.

Seperti diketahui bahwa dua ruang vektor berdimensi hingga dan sama (dimensinya yang sama) adalah isomorfik [5]. Aljabar topologi adalah suatu konsep untuk mengerjakan hal yang sama, tetapi dalam konteks ruang topologi. Karena ruang topologi lebih bervariasi daripada ruang vektor dimana pengklasifikasian dikerjakan dalam kontek objek-objek aljabar yang berbeda dari bilangan asli.

Misalkan X suatu himpunan tak kosong. Suatu koleksi τ yang berisikan himpunan-himpunan bagian dari X dikatakan topologi pada X , jika memenuhi beberapa sifat-sifat (lihat definisi 2.4.18). Pasangan (X, τ) disebut ruang topologi dan secara ringkas ditulis sebagai X .

Misalkan diberikan ruang topologi X . Selanjutnya didefinisikan suatu objek aljabar $H_*(X)$ yang disebut dengan homologi dari X , dimana secara topologi $H_*(X)$ adalah sebuah invarian, artinya jika X dan Y adalah homeomorfik maka $H_*(X)$ dan $H_*(Y)$ adalah isomorfik,

$$X \approx Y \Rightarrow H_*(X) \cong H_*(Y).$$

$H_*(X)$ merupakan koleksi dari grup homologi ke- k dari X yang dinotasikan dengan $H_k(X)$.

Misalkan diberikan suatu ruang topologi $G \subset \mathbb{R}^n$, yang mana dapat disederhanakan menjadi suatu graf. Kemudian graf tersebut diobservasi dan direpresentasikan secara kombinatorik dan dari kombinatorik ini diperoleh suatu objek aljabar $H_*(G)$ yang disebut homologi dari G .

Pada tulisan ini, Penulis akan fokus pada homologi kubik dimana ruang topologi dapat direpresentasikan sebagai sebuah kubik. Sebuah kubus dasar Q adalah suatu hasil kali hingga dari interval-interval dasar $I = [l, l+1]$ atau $I = [l, l]$ untuk suatu $l \in \mathbb{Z}$. Jadi, $Q = I_1 \times I_2 \times \dots \times I_n \subset \mathbb{R}^n$. Himpunan kubik merupakan suatu kelas khusus dari ruang topologi.

Salah satu jenis dari himpunan kubik adalah himpunan kubik asiklik, di-

mana homologi dimensi ke- k adalah

$$H_k(X) \cong \begin{cases} \mathbb{Z}, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{selainnya.} \end{cases} \quad (1.1.1)$$

Himpunan kubik dengan bentuk $X = [k_1, l_1] \times [k_2, l_2] \times \dots \times [k_n, l_n] \subset \mathbb{R}^n$ disebut *rectangle*, dimana k_i, l_i adalah bilangan bulat dan $k_i \leq l_i$. *Rectangle* juga dapat dikatakan sebagai kubus dasar jika $k_i = l_i$ atau $k_i + 1 = l_i$ untuk setiap i .

Pada tulisan ini, akan dikaji hubungan antara himpunan kubik asiklik dengan *rectangle*.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dikaji dalam tulisan ini adalah bagaimanakah hubungan antara himpunan kubik asiklik dengan *rectangle*.

1.3 Batasan Masalah

Permasalahannya hanya dibatasi pada sudut pandang kombinatorik dan aljabar, yang berhubungan dengan suatu ruang topologi dalam mengkaji hubungan antara himpunan kubik asiklik dengan *rectangle*.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk menentukan hubungan antara himpunan kubik asiklik dengan *rectangle*.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan terdiri atas 4 Bab yaitu, Bab I Pendahuluan yang berisi: latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, berisi: materi dasar dan materi penunjang. Bab III Pembahasan tentang hubungan antara himpunan kubik asiklik dengan *rectangle*. Bab IV Kesimpulan dari hasil pembahasan.