

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736. Graf merupakan pasangan himpunan titik dan himpunan sisi. Pengaitan titik-titik pada graf membentuk sisi dan dapat direpresentasikan pada gambar sehingga membentuk pola graf tertentu yang dikelompokkan menjadi kelas-kelas graf.

Suatu graf  $G = (V, E)$  adalah pasangan terurut yang terdiri dari himpunan titik  $V$  yang dinotasikan dengan  $V(G)$  dan himpunan sisi  $E$  yang dinotasikan dengan  $E(G)$ , dengan himpunan titik  $V$  terbatas. Graf digunakan untuk mempresentasikan objek-objek tersebut. Untuk memudahkan pengertian suatu graf, diberikan suatu interpretasi geometri dari suatu graf. Setiap titik dari suatu graf digambarkan sebagai titik pada bidang datar, sedangkan setiap sisi pada graf tersebut digambarkan sebagai garis yang menghubungkan dua titik pada graf tersebut.

Suatu pelabelan dari graf  $G = (V, E)$  adalah suatu pemetaan bijektif dari  $V \cup E$  ke himpunan bilangan asli. Apabila daerah asal dari pemetaan hanya himpunan titik, maka pelabelan disebut pelabelan titik. Apabila daerah asalnya hanya himpunan sisi, maka pelabelan disebut pelabelan sisi. Apabila daerah asal merupakan gabungan dari himpunan titik dan sisi, maka pelabelan disebut pelabelan

total.

Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedlacek (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970). Dalam pelabelan graf diperkenalkan juga pelabelan ajaib, pelabelan anti ajaib, dan pelabelan (a,d)-anti ajaib. Pelabelan ajaib diperkenalkan oleh Sedlacek (1964) dan pelabelan anti ajaib diperkenalkan oleh Hartsfield dan Ringel (1989).

Misal terdapat  $G = (V, E)$  dengan  $|V| = p$  dan  $|E| = q$ . Notasi  $|V|$  berarti banyaknya titik pada  $G$ , sementara  $|E|$  berarti banyaknya sisi pada  $G$ . Suatu *pelabelan total sisi ajaib* pada graf  $G = (V, E)$  adalah pemetaan satu-satu  $\lambda_1$  dari  $V(G) \cup E(G)$  pada  $\{1, 2, \dots, p + q\}$  sedemikian hingga untuk setiap sisi  $xy$  di  $G$  berlaku:

$$\lambda(x) + \lambda(xy) + \lambda(y) = k$$

untuk suatu bilangan bulat  $k$  positif. Suatu *pelabelan total titik ajaib* pada graf  $G$  adalah pemetaan satu-satu  $\lambda_2$  dari  $V(G) \cup E(G)$  pada  $\{1, 2, \dots, p + q\}$  sedemikian sehingga untuk setiap titik  $x$  di  $G$  berlaku:

$$\lambda(x) + \sum_{y \in N_x} \lambda(xy) = h$$

untuk suatu bilangan bulat  $h$  positif, dimana  $N_x$  merupakan himpunan semua titik yang bertetangga dengan  $x$ . Pada [1] disimpulkan bahwa terdapat graf yang bersifat ajaib total untuk graf yang berukuran kecil, yaitu graf  $K_1$ ,  $K_3$ ,  $P_3$ , dan  $K_1 \cup P_3$ .

Secara garis besar terdapat empat masalah pokok dalam teori graf yaitu:

1. *Masalah Eksistensi* : Masalah yang berhubungan dengan apakah ada suatu graf yang mungkin ?
2. *Masalah Konstruksi* : Masalah yang berhubungan dengan pembentukan atau pengkonstruksian.
3. *Masalah Enumerasi* : Masalah yang berhubungan dengan perhitungan.
4. *Masalah Optimasi* : Masalah yang berhubungan dengan keputusan yang terbaik.

Tugas akhir ini lebih mengarah kepada masalah eksistensi, yaitu graf mana yang tidak mungkin ajaib total.

## **1.2 Perumusan Masalah**

Masalah yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah graf seperti apa yang bersifat bukan ajaib total.

## **1.3 Tujuan**

Adapun tujuan dalam penulisan tugas akhir ini adalah untuk mengkaji kembali graf mana yang tidak mungkin ajaib total.

## 1.4 Sistematika Penulisan

Penulisan dalam tugas akhir ini dibagi menjadi empat bab. Bab I terdiri dari latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Pada Bab II dijelaskan mengenai landasan teori tentang konsep dasar dari teori graf berupa definisi dan terminologi, jenis-jenis graf, pelabelan pada graf, pelabelan ajaib, dan konfigurasi pengecualian pada graf ajaib total. Sedangkan Bab III memuat pembahasan dan permasalahan. Penulisan ini diakhiri dengan kesimpulan dari pembahasan masalah.