BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Konsep sebaran terbagi tak hingga merupakan kajian penting dalam teori peluang pada beberapa dekade terakhir, terutama dalam topik ukuran Levy untuk suatu fungsi karakteristik. Ide dasar tentang sebaran terbagi tak hingga adalah keterbagian peubah acak X menjadi peubah-peubah acak yang saling bebas dengan sebaran yang sama. Peubah acak X dikatakan terbagi menjadi n jika terdapat peubah-peubah acak yang identik dan saling bebas $X_1, X_2, ..., X_n$ sedemikian sehingga $X = X_1 + X_2 + ... + X_n$. Selain itu keterbagian tak hingga juga dapat dilihat berdasarkan fungsi sebarannya, suatu fungsi sebaran F dikatakan terbagi tak hingga jika untuk setiap bilangan bulat positif n terdapat suatu fungsi sebaran F_n sedemikian sehingga F adalah konvolusi n kali dari F_n dengan dirinya sendiri, yaitu $F = F_n * ... * F_n$ (n kali) [8], dimana konvolusi dari dua buah fungsi sebaran F_1 dan F_2 didefinisikan sebagai berikut

$$(F_1 * F_2)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F_1(x - x_2) dF_2(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} F_2(x - x_1) dF_1(x_1).$$

Penentuan suatu peubah acak dapat dikatakan sebaran terbagi tak hingga dengan menentukan peubah acak yang identik dan saling bebas seperti yang dijelaskan di atas atau dengan menentukan fungsi sebaran seperti yang telah dijelaskan di atas tentu sangat sulit dilakukan. Sehingga cara lain yang sering digunakan untuk menentukan apakah suatu fungsi sebaran dapat dikatakan terbagi tak hingga adalah dengan menggunakan suatu transformasi, yaitu fungsi karakteristik. Fungsi karakteristik dari suatu peubah acak X, dinotasikan dengan $\varphi(t)$ dan didefinisikan sebagai

$$\varphi(t) = E[e^{itX}],$$

dimana

$$e^{itX} = \cos(tX) + i\sin(tX), -\infty < t < \infty,$$

dan i adalah unit imajiner. Dengan menggunakan fungsi karakteristik dari suatu sebaran, suatu fungsi sebaran F dengan fungsi karakteristik φ adalah terbagi tak hingga jika untuk setiap bilangan bulat positif n terdapat fungsi karakteristik φ_n sedemikian sehingga $\varphi(t) = [\varphi_n(t)]^n$ untuk setiap $t \in \mathbb{R}$ [8].

Fungsi karakteristik dari sebaran terbagi tak hingga dapat dikarakterisasi ke dalam suatu formula umum yang disebut sebagai representasi kanonik fungsi karakteristik sebaran terbagi tak hingga. Pengkarakterisasian ini, diusulkan pertama oleh Bruno de Finetti dalam papernya yang diterbitkan pada periode 1929-1931 (bahasa Italia) yaitu *the Proceedings of the Royal Academy of Lincei (Rendiconti della Reale Accademia Nazionale dei Lincei)*, yang menarik perhatian Kolmogorov untuk memecahkan suatu masalah yang disebut *de Finetti's problem*, yaitu masalah menemukan rumus umum untuk fungsi karakteristik sebaran terbagi tak hingga. Pada tahun 1932, permasalan tersebut berhasil dipecahkan

Kolmogorov, dimana Kolmogorov memberikan jawaban lengkap untuk *de Finetti's problem* pada kasus momen kedua yang terbatas. Namun, kasus umum pada *de Finetti's problem* termasuk juga untuk kasus varian yang tak terbatas, sehingga diperlukan penelitian lebih lanjut. Kemudian permasalahan ini berhasil diselidiki Levy sehingga memunculkan formula umum yang mengandung semua kasus di atas namun belum dalam bentuk kanonik. Formula ini akhirnya diturunkan oleh Khinchine pada tahun 1937 sehingga menghasilkan bentuk yang lebih lengkap dibandingkan Representasi Levy [7,10]. Hal ini sangat menarik untuk dikaji. Selain menentukan suatu sebaran merupakan sebaran terbagi tak hingga, dapat juga diperoleh representasi kanonik sebaran tersebut dengan menggunakan representasi kanonik sebaran terbagi tak hingga yang diberikan oleh Levy-Khinchine tersebut.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, pemasalahan yang akan dibahas pada tulisan ini adalah sebagai berikut

1. Bagaimana bentuk representasi kanonik untuk fungsi karakteristik dari sebaran terbagi tak hingga?

2. Bagaimana contoh bentuk representasi kanonik untuk fungsi karakteristik sebaran terbagi tak hingga dari suatu sebaran tertentu?

1.3 Pembatasan Masalah

Pada penulisan ini permasalahan dibatasi pada Representasi Kanonik Levy-Khinchine dan Representasi Kanonik Levy, serta contoh bentuk Representasi Kanonik Levy untuk fungsi karakteristik sebaran terbagi tak hingga, yaitu Sebaran Normal dan Sebaran Gamma.

1.4 Tujuan Penulisan

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk menentukan Representasi Kanonik Levy-Khinchine dan Representasi Kanonik Levy, serta memperoleh bentuk representasi kanonik fungsi karakteristik sebaran terbagi tak hingga dari sebaran tertentu.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini terdiri atas empat bab. Bab I merupakan pendahuluan yang memuat latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II merupakan landasan teori yang akan digunakan dan erat kaitannya dalam penentuan Representasi Kanonik Levy-Khinchine dan Representasi Kanonik Levy dan memperoleh bentuk representasi kanonik fungsi karakteristik sebaran terbagi tak hingga untuk sebaran tertentu. Bab III merupakan pembahasan mengenai Teorema Representasi Kanonik Levy-Khinchine dan Teorema Representasi Kanonik Levy, dan bentuk representasi kanonik untuk fungsi karakteristik sebaran terbagi tak hingga untuk sebaran tertentu. Bab IV merupakan penutup yang memuat kesimpulan dari pembahasan beserta saran untuk penulisan selanjutnya.