

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Diberikan sistem kontrol linier diskrit berikut

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t+1) &= A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t)\end{aligned}\tag{1.1}$$

dimana $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ dan $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$. Dalam sistem (1.1), $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ menyatakan vektor keadaan (*state*), $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ menyatakan vektor *input* (kontrol), $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$ menyatakan vektor *output*, dan $t \in \mathbb{Z}_+$. Notasi \mathbb{Z}_+ menyatakan himpunan bilangan bulat nonnegatif, $\mathbb{R}^{n \times m}$ menyatakan himpunan matriks riil berukuran $n \times m$. Himpunan matriks riil berukuran $n \times m$ dengan entri - entri nonnegatif, dinotasikan dengan $\mathbb{R}_+^{n \times m}$ dan $\mathbb{R}^n = \mathbb{R}^{n \times 1}$. Sistem (1.1) disebut regular jika $\det(Iz - A) \neq 0$ untuk suatu $z \in \mathbb{C}$, dimana I adalah matriks identitas $n \times n$, sebaliknya dikatakan non regular. Sistem (1.1) dikatakan positif jika $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}_+^n$ dan $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}_+^p$ untuk setiap kondisi awal $\mathbf{x}(0) \in \mathbb{R}_+^n$ dan semua *input* $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}_+^m$ [2, 5]. Untuk selanjutnya, jika $\mathbf{w}(t) \in \mathbb{R}_+^n$ maka $\mathbf{w}(t)$ disebut sebagai vektor nonnegatif. Sistem positif (1.1) dikatakan stabil asimtotik jika $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ untuk setiap $\mathbf{x}(0) \in \mathbb{R}_+^n$ [2, 5].

Hubungan antara *input* dan *output* sistem linier dapat direpresentasikan oleh fungsi transfernya. Fungsi transfer sistem linier diskrit merupakan perbandingan antara transformasi-z dari persamaan *output* dan transformasi-z dari persamaan *input* dengan mengasumsikan syarat awal sama dengan nol [3]. Dalam [7], fungsi transfer dari sistem (1.1) diberikan oleh

$$T(z) = C[I_n z - A]^{-1}B + D.\tag{1.2}$$

Ini menunjukkan bahwa jika diberikan matriks A, B, C dan D dari suatu sistem linier, maka dapat ditentukan fungsi transfer yang berkaitan dengan sistem tersebut. Sebaliknya, jika fungsi transfer $T(z)$ diberikan, bagaimanakah bentuk matriks A, B, C dan D dari sistem linier waktu tersebut sedemikian sehingga

$$T(z) = C[I_n z - A]^{-1}B + D. \quad (1.3)$$

Matriks A, B, C dan D yang memenuhi persamaan (1.3) disebut realisasi dari sistem (1.1). Selanjutnya, jika suatu fungsi transfer $T(z)$ diberikan, masalah menentukan matriks A, B, C dan D sedemikian sehingga $T(z) = C[I_n z - A]^{-1}B + D$ merupakan fungsi transfer untuk suatu sistem positif yang stabil asimtotik, disebut sebagai masalah realisasi positif stabil asimtotik [5].

Kajian tentang masalah realisasi positif maupun realisasi positif stabil asimtotik telah dilakukan oleh berbagai peneliti. Beberapa diantaranya adalah Kitano dan Maeda yang melaporkan tentang realisasi positif dari sistem kontrol linier waktu diskrit dengan pendekatan geometri [7], Kaczorek yang mengkaji tentang realisasi positif untuk sistem linier waktu diskrit untuk SISO [6]. Dalam tesis ini akan mengkaji kembali masalah realisasi positif stabil asimtotik dari sistem linier diskrit.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, maka yang menjadi permasalahan pada penelitian ini adalah: jika diberikan suatu fungsi transfer, bagaimanakah syarat yang harus berlaku sedemikian sehingga ada matriks A, B, C, D yang memenuhi $T(z) = C[I_n z - A]^{-1}B + D$ dan sistem (1.1) adalah positif stabil asimtotik. Dalam hal ini, permasalahan dibatasi untuk sistem SISO dengan pole riil positif.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah untuk memperoleh langkah-langkah menentukan realisasi positif stabil asimtotik sistem linier diskrit dari suatu fungsi transfer untuk sistem SISO dengan pole riil positif.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan tentang realisasi positif stabil asimtotik sistem linier waktu diskrit untuk sistem SISO bagi penulis khususnya dan pembaca pada umumnya. Penelitian ini juga diharapkan dapat memberikan sumbangan terhadap ilmu pengetahuan tentang realisasi fungsi transfer dengan *single input single output* (SISO).