SINTESIS KENDALI POSITIF-REAL MENGGUNAKAN METODA GAIN-SCHEDULING DENGAN PENDEKATAN LMI

Mumuh Muharam
Staf Pengajar Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Unand
Kampus Limau Manis Padang, Sumatra Barat
Email: mumuh@ft.unand.ac.id

ABSTRAK

Dalam makalah ini dipelajari permasalahan sintesis kendali Positif-real Gain Scheduling yang dapat menstabilkan secara internal sistem (plant) yang berubah parameter (LPV), sedemikian rupa sehingga matriks transfer loop-tertutup yang dihasilkan adalah positif-real dan kokoh terhadap perubahan parameter sistem. Konsep positif-real berdasarkan sudut pandang laju disipasi energi. Konsep ini dipergunakan untuk memperoleh kondisi-kondisi cukup dan perlu agar kendali yang diinginkan ada. Dilain hal, Gain-scheduling diterapkan agar kendali yang dihasilkan mampu mengadaptasi perubahan parameter dari sistem. Dengan demikian kendali yang dihasilkan adalah kendali yang bersifat waktu-nyata. Kondisi-kondisi cukup dan perlu untuk sintesis ini direpresentasikan dalam bentuk pertidaksamaan matriks linear (LMI) sebagai bentuk lain dari pertidaksamaan Riccati. Pendekatan LMI ini digunakan karena memiliki kemampuan untuk mengadaptasi perubahan parameter dari kendali yang dihasilkan. Untuk studi kasus, perancangan teknik kendali ini disimulasikan pada dinamika gerak missile. Hasil yang diperoleh memperlihatkan bahwa kendali mampu menghasilkan kestabilan yang kokoh.

Kata Kunci: Kendali Positif-real, Sistem Linear Berubah Parameter (Linear Parametrically Varying), Kendali Gain-scheduling, Pertidaksamaan Matrik Linear (LMI, Linear Matrix Inequality)

1. PENDAHULUAN

Kajian dasar dari rekayasa sistem kontrol adalah untuk merancang sistem yang memiliki unjuk kerja optimal dalam kondisi adanya ketidakpastian (uncertainty). Kehadiran ketidakpastian ini disebabkan pemodelan matematis sistem fisis yang harus melibatkan tawar-menawar (trade-off) antara kesederhanaan model dengan ketelitiannya dalam merepresentasikan perilaku sistem yang sebenarnya. Ketidakpastian ini pada kenyataannya mengakibatkan perbedaan antara pemodelan matematis dengan sistem yang dimodelkan. Oleh karena itu, penggambaran yang lengkap dari sistem fisis tidak dapat mengabaikan pemodelan ketidakpastiannya. Plant di dunia nyata memiliki sifat nonlinier dan berubah terhadap waktu. Sifat plant yang berubah terhadap waktu (time-variying) menyebabkan perubahan parameter plant sebagai fungsi kondisi operasi. Kondisi operasi ini dikarakterisasi oleh parameter operasi. Variasi parameter plant akibat perubahan kondisi operasi ini umumnya amat besar, sehingga penggunaan pengendali linier dengan parameter tetap tidak akan cukup untuk menghasilkan stabilitas dan kinerja yang diinginkan. Untuk mengatasi hal ini dirancang pengendali linier dengan parameter yang berubah terhadap waktu sebagai fungsi kondisi operasinya atau parameter operasi yang berpengaruh besar terhadap plant [1, 2, 3].

Selain hal di atas, kestabilan sistem closed-loop yang dihasilkan harus dipertimbangkan dalam perancangan sistem kendali. Adapun konsep kestabilan itu sendiri mengacu kepada konsep kestabilan Lyapunov yang dipusatkan pada tingkah laku trayektori dari sistem dengan inisial state berada dekat equilibrium[4, 5]. Hal ini sangat penting karena eksternal disturbance selalu hadir dalam sistem nyata untuk menyebabkan trayektori keluar dari equilibriumnya. Adapun gagasan dari kestabilan Lyapunov berasal dari energi yang ditinjau ketika adanya gangguan pada titik equilibriumnya. Bila dinamika sistem setelah gangguan sedemikian rupa sehingga tingkat energi sistem tidak bertambah terhadap waktu, atau tingkat energinya tidak pernah melebihi harga awal, atau menurun menuju nol, maka sistem stabil.

Gagasan Lyapunov tersebut diterapkan pada konsep kedisipatifan suatu sistem oleh Gupta [6]. Sistem yang mengalami dissipasi energi akan kehilangan energinya secara perlahan menuju nol, atau apabila ada suplai energi maka akumulasi energi dalamnya akan sama atau lebih kecil dari suplai energi yang diterimanya. Hal ini dapat dijelaskan seperti dalam paragraf selanjutnya.

Gupta [6] memberikan konsep sistem disipatif dengan keberadaan sebuah fungsi daya kuadratis atau fungsi laju pasokan energi. Fungsi ini merupakan laju energi yang diinjeksikan ke dalam sistem dari sumber eksteral. Secara matematis, bila energi sistem $E(x) = x^T Px,$, dimana $P = P^T \geq 0$ dan suplai energi berbentuk kuadratis:

$$p(y,u) = \begin{bmatrix} y^T & u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & N \\ N^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} \qquad (1)$$

dengan $Q = Q^T \in R^{qxq}$, $S = S^T \in R^{qxq}$, dan $N \in R^{qxp}$, maka bentuk pertidaksamaan dissipatif:

$$E(x(T)) - E(X(0)) \leq \int_0^T p(y,u)dt \qquad (2)$$

Ditinjau dari sintesa kendali [7], permasalahan dasar adalah pembentukan kendali yang memiliki kestabilan internal untuk plant yang diberikan sedemikian rupa sehingga fungsi transfer loop tertutup adalah positif-real. Motivasi utama untuk membahas masalah kendali ini berasal dari teori kendali kokoh dan nonlinier, dimana bila kehadiran nonlinieritas atau ketidakpastian dapat dikarakterisasi dengan sistem positif-real, maka hasil dalam teori kestabilan dapat digunakan untuk menjamin kestabilan kokoh dengan pengertian bahwa sistem loop tertutup yang dihasilkan adalah positif-real.

2. METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini berdasarkan hasil analisis kendali disipatif yang dikembangkan Gupta [6]. Kendali positif-real yang dikembangkan dalam tesis ini merupakan hasil khusus dari kendali disipatif hasil [6]. Analisis kendali pada [6, 7] menekankan pembahasan untuk sistem linear tak-berubah waktu (LTI, *linear time invariant*), untuk itu tesis ini menurunkan kendali positif-real untuk sistem linear berubah waktu (LPV, *linear parametrically varying*) dengan menggunakan metoda Gain-scheduling seperti hasil penelitian [1-3].

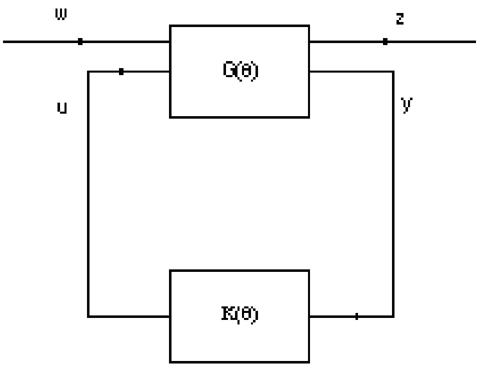
Solusi untuk keberadaan kendali dalam penelitian ini menggunakan pendekatan pertidaksamaam matriks linear (LMI, *linear matrix inequality*) yang merupakan bentuk lain dari pertidaksamaan Riccati [8,9]. Syarat cukup dan syarat perlu untuk keberadaan kendali positif-real ini diturunkan dengan menggunakan LMI ini.

Kontruksi kendali dibentuk dari solusi permasalahan kendali positif-real untuk sistem LPV dengan memberikan nilai-nilai pada fungsi daya kuadratis. Algoritma untuk membentuk kendali menggunakan hasil [8].

Penerapan kendali positif-real dengan metoda gain-scheduling ini dilakukan dengan simulasi pergerakan dinamika missile. Model sederhana dinamika missile dalam bentuk model bergantung parameter diambil dari [10]. Program simulasi menggunakan LMI Toolbox dari Matlab [10, 11].

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Tinjau Gambar 4.1 yang memperlihatkan bentuk umum dari interkoneksi umpanbalik standard sistem LPV. Plant G memiliki dua input, yaitu input eksternal (gangguan) w dan input dari kendali u, serta dua output, yaitu output pengukuran y dan output yang diatur z. K adalah pengendali yang dirancang.



Gambar-1 Interkoneksi Umpanbalik Standard

Persamaan ruang keadaan diberikan dengan bentuk berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\theta)x + B_1(\theta)w + B_2(\theta)u \\ z &= C_1(\theta)x + D_{11}(\theta)w + D_{12}(\theta)u \\ y &= C_2(\theta)x + D_{21}(\theta)w + D_{22}(\theta)u \end{aligned} \qquad (3)$$

dimana dimensi yang digunakan adalah:

$A \in R^{nxn}, B_1 \in R^{nxm_1}, B_2 \in R^{nxm2}, C_1 \in R^{p1xn}, D_{11} \in R^{p1xm1}$,

$D_{12} \in R^{p1xm2}, C_2 \in R^{p2xn}, D_{21} \in R^{p2xm1}, \theta \in \Theta$

dan $m2 \leq p1$, $p2 \leq m1$, $p1=m1$.

Sistem yang ditinjau bersifat politopik yang memenuhi persamaan di bawah ini:

$$\begin{bmatrix} A(\theta) & B_1(\theta) & B_2(\theta) \\ C_1(\theta) & D_{11}(\theta) & D_{12}(\theta) \\ C_2(\theta) & D_{21}(\theta) & D_{22}(\theta) \end{bmatrix} \in P := Co\left\{ \begin{bmatrix} A_i & B_{1i} & B_{2i} \\ C_{1i} & D_{11i} & D_{2i} \\ C_{2i} & D_{21i} & D_{22i} \end{bmatrix}, i = 1,2,..r \right. \qquad (4)$$

dengan A_i, B_{1i},… menyatakan nilai dari $A(\theta)$, $B_1(\theta)$, … pada vertex-vertex $\theta = \theta_{vi}$ dari parameter politop.

Asumsi yang digunakan pada parameter sistem adalah:

(A1) Pasangan ($A(\theta), B_2$) dan ($A(\theta), C_2$) controlable dan observable sepanjang daerah parameter $\theta \in \Theta$.

(A2) $D_{22}(\theta) = 0$ atau $D_{22i} = 0$, untuk i=1,2, …,r.

(A3) $B_2(\theta)$, $C_2(\theta)$, $D_{12}(\theta)$, $D_{21}(\theta)$ bebas dari parameter atau ekivalen dengan:

$$\begin{bmatrix} B_{2i} \\ D_{12i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} C_{2i} & D_{21i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 & D_{21} \end{bmatrix}, i = 1,2,\ldots,r \qquad (5)$$

Asumsi A1 adalah syarat perlu dan cukup untuk stabilisasi sistem LPV dengan umpan balik output. A3 tidak menyebabkan hilangnya keglobalan melainkan menyederhanakan perhitungan dengan memberikan filter input kendali *u* atau output terukur *y*.

3.1 Kontruksi Kontroller

Bentuk dari kontroler memiliki parameter yang dipengaruhi kondisi operasi, θ, dengan kontroler Σ_K :

$$\dot{x}_K = A_K(\theta)x_K + B_K(\theta)y$$
$$u = C_K(\theta)x_K + D_K(\theta)y \qquad (6)$$

dimana x_K adalah state kontroler, y input ke kontroler, dan u output dari kontroler, dan $A_K \in R^{nkxnk}, B_K \in R^{nkxp2}, C_K \in R^{m2xnk}, D_K \in R^{m2xp2}$.

Dengan model sistem dalam Persamaan (4) dirancang kendali yang bergantung parameter (LPV controller) dengan model kendali dalam Persamaan (7), sehingga dapat dijamin bahwa:

1. Sistem loop-tertutup stabil kuadratis sepanjang daerah parameter politop Θ.
2. Sistem loop-tertutup bersifat positif-real.

Untuk mempersingkat penulisan maka semua matriks ruang keadaan yang ditulis di bawah ini bergantung pada parameter θ yang tercakup dalam ruang parameter yang telah didefinisikan sebelumnya.

Diberikan asumsi A2 dan pengendali real rasional yang proper dengan realisasi:

$$K = D_K + C_K(\sigma I - A_K)^{-1}B_K, \qquad A_K \in R^{kxk} \qquad (7)$$

maka realisasi fungsi transfer loop-tertutup diperoleh:

$$T(G,K)(\sigma) = D_{cl} + C_{cl}(\sigma I - A_{cl})^{-1}B_{cl} \qquad (8)$$

dengan

$$\left[\begin{array}{c|c} A_{cl} & B_{cl} \\ \hline C_{cl} & D_{cl} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc|c} A + B_2D_KC_2 & B_2C_K & B_1 + B_2D_KD_{21} \\ B_KC_2 & A_K & B_KD_{21} \\ \hline C_1 + D_{12}D_KC_2 & D_{12}C_K & D_{11} + D_{12}D_KD_{21} \end{array}\right] \qquad (9)$$

Sistem closed-loop tersebut stabil internal bila matriks:

$$\begin{bmatrix} A + B_2D_KC_2 & B_2C_K \\ B_KC_2 & A_K \end{bmatrix} \qquad (10)$$

adalah stabil.

Matrik sistem loop-tertutup pada Persamaan (10) dapat ditulis kembali dalam bentuk:

$$A_{cl} = A_o + B\Phi C$$
$$B_{cl} = B_o + B\Phi D_{21}$$
$$C_{cl} = C_o + D_{12}\Phi C$$
$$D_{cl} = D_{11} + D_{12}\Phi D_{21} \qquad (11)$$

dengan

$$A_o = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0_k \end{bmatrix}, B_o = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}, C_o = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & B_2 \\ I_k & 0 \end{bmatrix},$$
$$C = \begin{bmatrix} 0 & I_k \\ C_2 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & D_{12} \end{bmatrix}, D_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \end{bmatrix} \qquad (12)$$

dan

$$\Phi := \begin{bmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{bmatrix} \in R^{(n+k)x(n+k)} \qquad (13)$$

Konstruksi kendali dibentuk dengan solusi dari LMI dan dengan kendala berikut ini terpenuhi:

Rank(I-XY)=k≤n (14)

Algoritma untuk membentuk kendali, sebagaii berikut:

1. Menghitung matrik full-column-rank M, N $\in R^{nxn}$ sedemikian rupa sehingga :
$$MN^T = I - XY \qquad (15)$$
dengan Y, X solusi dari LMI (4.13)
2. Menghitung X_{cl} sebagai solusi dari $\Pi_2 = X_{cl}\Pi_1$, dengan
$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} X & I \\ N^T & 0 \end{bmatrix}, \qquad \Pi_1 = \begin{bmatrix} I & Y \\ 0 & M^T \end{bmatrix} \qquad (16)$$
3. Dengan X_{cl} diperoleh dari 2, maka kontroler
$$\Phi = \begin{bmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{bmatrix}$$
didapat dari pemecahan LMI berikut ini:

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^TX_{cl} + X_{cl}A_{cl} & X_{cl}B_{cl}\text{-}C_{cl}^T \\ B_{cl}^TX_{cl}\text{-}C_{cl} & -(D_{cl} + D_{cl}^T) \end{bmatrix} = \Psi_{X_{cl}} + Q^T\Phi^TP_{X_{cl}} + P_{X_{cl}}^T\Phi Q < 0, \qquad (17)$$

dimana

$$\Psi_{X_{cl}} := \begin{bmatrix} A_0^TX_{cl} + X_{cl}A_0 & X_{cl}B_0\text{-}C_0^T \\ B_0^TX_{cl}\text{-}C_0 & -(D_{11} + D_{11}^T) \end{bmatrix} \qquad (18)$$

$$P_{X_{cl}} := (B^TX_{cl}, 0, D_{12}^T)$$

dan $Q := (C, D_{21}, 0_{(k+p_2)xp_1}$

3.2 Simulasi

Sebuah model sederhana dari dinamika missile yang disederhanakan dalam bentuk model bergantung parameter, sebagai berikut:

$$G\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Z_\alpha & 1 \\ -M_\alpha & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\delta_m \\ \\ \begin{pmatrix} a_{zv} \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}\delta_m \end{cases} \qquad (19)$$

dimana a_{zv} adalah percepatan vertikal yang dinormalisasi, q pitch rate, δ_m defleksi fin, dan Z_α, M_α adalah koefisien aerodinamik yang bergantung pada $\alpha, V,$ dan H . Kedua koefisien ini diukur secara real-time. Untuk variasi :

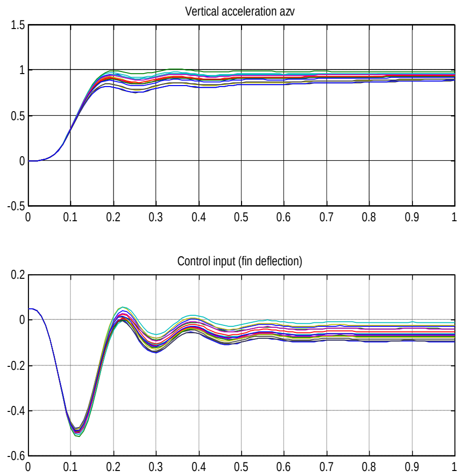
$V \in [0.5, 4]$ Mach, $H \in [0, 18000]$ m, $\alpha \in [0, 40]$ derajat

maka koefisien Z_α, M_α berada dalam rentang:

$$Z_\alpha \in [0.5, 4] \qquad M_\alpha \in [0, 160] \tag{20}$$

Tujuan pengendalian adalah untuk mengendalikan percepatan vertikal a_{zv} dalam rentang operasi,dan settling time <0.5 detik.

Hasil yang diperoleh dari simulasi sintesis positif-real adalah sebagai berikut:



Gambar-2 Respons Loop Tertutup

Gambar-gambar tersebut memperlihatkan bahwa sintesis kendali positif-real gain-scheduling mampu memberikan kestabilan yang kokoh.

4. KESIMPULAN

Tesis ini telah menyajikan perancangan kendali untuk sistem yang berubah terhadap parameter dan berbentuk politopik. Metoda untuk menentukan kendali yang berubah terhadap parameter dikembangkan sedemikian rupa sehingga sistem loop tertutup bersifat positif-real. Pendekatan LMI digunakan untuk menentukan syarat cukup dan syarat perlu bagi eksistensi pengendali ini.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

1. Bambang,R.T.,"Dissipative Control of Linear Parametrically Varying Systems Using Output Feedback: An LMI Approach", IASTED Conf. Modelling, Identification and Control, Austria,1999.
2. Bambang,R.T.,"Gain-Scheduled Dissipative Control with Bounded Parameter Variation Rates, preprint, 1999.
3. Helmersson, Anders, "Methods for Robust Gain Scheduling", Thesis Doctoral, Linkoping University, 1995.
4. Slotine, JJ. E., and Li, W., " Applied Nonlinear Control", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
5. Vidyasagar, M., "Nonlinear Systems Analysis", 2nd Edition, Prentice-Hall, New Jersey, 1993.
6. Gupta,S.,"Robust Stabilization of Uncertain System Based on Energi Dissipation Consept", NASA Contractor Paper 4713, 1996.
7. Sun, W., Khargonekar, P.P, and Shim, D., Solution to the Positive Real Control Problem for Linear Time-Invariant Systems", IEEE Trans. AC, vol. 39, no.10, 1994.
8. Apkarian, P., et.al, "LMI Techniques in Control Engineering from Theori to Practice: Workshop Notes CDC 1996", Kobe, Japan, 1996.
9. Gahinet, P.and Apkarian P., " A linear Matrix Inequality Aproach to H_∞ Control", preprint,1994
10. Boyd, S., et.al.,"Linear Matrix Inequality in System and Control Theory", SIAM Series vol. 15, Philadlphia, 1994
11. Gahinet, P. et. al,"LMI Control Toolbox", Mathwoks Inc.,Natik, MA, 1995.
12. Gahinet, P., et.all, "User's Guide LMI Control Toolbox", The Mathworks Inc., May 1995.