

PENETUAN KANDUNGAN ISI BEJANA YANG PANTAS UNTUK GAS KARBONDIOKSIDA DAN OKSIGEN PADA SEJUMLAH KOMBINASI TEMPERATUR DAN TEKANAN YANG BERLAINAN.

Ishak

Staf pengajar Jurusan Matematika FMIPA Unand

ABSTRACT

The molecule volume of carbondioxyde and oxygen on difference temperature and pressure can be calculate by using Van Der Waals Formule. In this paper, the computer programme with Newton- Raphson interation will be used.

PENDAHULUAN

Volume molekul gas dapat diukur dengan hukum Van Der Waals. Umpamanya pada gas karbondioksida dan oksigen pada kombinasi temperatur dan tekanan yang berbeda dapat dihitung volume molekulnya dengan hukum tersebut. Perhitungan ini sangat perlu agar dapat membantu dalam menentukan ukuran bejana yang pantas.

Adalah menarik untuk diselidiki bagaimana sebaiknya setiap gas tunduk kepada hukum gas ideal dengan membandingkan volume molekul gas (V) seperti diperhitungkan oleh :

1. Hukum gas ideal :

$$p.V = n.R.T,$$

dimana :

p = tekanan absolut

V = volume

n = jumlah molekul

R = konstanta gas ideal

T = suhu absolut

Persamaan diatas telah dikenal oleh semua ilmuan dan akurat dalam suatu bentangan terbatas dari tekanan dan suhu, selanjutnya persamaan diatas lebih

layak bagi beberapa gas.

2. Persamaan Van Der Waals :

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

dimana:

$$v = \frac{V}{n}$$

dimana :

a dan b , adalah konstanta empiris yang tergantung pada gas tertentu.

Jika untuk menaksir volume molekul gas digunakan metoda yang dijelaskan diatas, maka :

$$\left(p + \frac{a}{v}\right)(v - b) - RT = 0$$

Persamaan tersebut mempunyai akar v.

Akan dicari akar v tersebut.

Misalkan persamaan itu ditulis dalam fungsi v, Yaitu

$$f(v) = \left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) - RT$$

$$\text{atau } f(v) = pv + \frac{a}{v} - \frac{ab}{v^2} - pb - RT$$

Turunan pertama $f(v)$ adalah :

$$f'(v) = p + \frac{2ab}{v^3} - \frac{a}{v^2}$$

Jika untuk mencari akar $f(v)$ menggunakan bantuan programing komputer yang ditulis dalam bahasa basic, maka dengan menggunakan metoda iterasi Newton-Raphson:

$$v_{i+1} = v_i - \frac{f(v_i)}{f'(v_i)}, i = 0, 1, 2, \dots$$

akan dapat diperoleh akar dari $f(v)$

Nilai v_i yaitu $v_i = V/n$ (didapat dari hukum gas ideal) untuk $i = 0$ akan digunakan sebagai nilai tebakan awal untuk metoda Newton-Raphson. Selanjutnya dengan melakukan proses iterasi terhadap v_i akan didapat volume molekul masing-masing gas.

METODA PENELITIAN

Salah satu formula iterasi yang digunakan untuk mencari akar suatu fungsi $f(v)$ adalah formula Newton-Raphson :

$$v_{i+1} = v_i - f(v_i) / f'(v_i)$$

Jika untuk mencari akar $f(v)$ menggunakan metoda iterasi tersebut, maka diperlukan suatu nilai tebakan awal v_i untuk $i = 0$. Langkah selanjutnya adalah mencari nilai-nilai v_{i+1} . Untuk mencari nilai-nilai tersebut, perhatikan gambar 1. Pada titik $(v_0, f(v_0))$ dilukis suatu garis singgung grafik $f(v)$ dan garis singgung tersebut memotong sumbu v di titik $v_0 + 1 = v_1$. Kemudian dengan cara yang sama buat garis singgung grafik $f(v)$ di titik $(v_1, f(v_1))$ dan garis singgung tersebut memotong sumbu v di titik $v_1 + 1 = v_2$. Demikian seterusnya sampai garis singgung grafik fungsi $f(v)$ tersebut memotong sumbu v dekat sekali dengan titik potong grafik $f(v)$ dengan sumbu v .

Berdasarkan rumus iterasi Newton-Raphson (1), maka persamaan Van Der Waals diatas dapat digunakan untuk mencari volume molekul dari sejumlah kombinasi temperatur dan tekanan yang berlainan dari gas nyata, dengan nilai $v_i = V/n$, dimana $pV = nRT$ dan untuk $i = 0$ $v_0 = V/n$, digunakan sebagai nilai tebakan awal dari iterasi tersebut.

HASIL DAN PEMBAHASAN

DARI PENELITIAN INI DIDAPAT HASIL SEBAGAI BERIKUT:

Sebuah proyek disain tehnik kimia ingin menaksir secara teliti volume molekul dari karbondioksida dan oksigen untuk sejumlah kombinasi temperatur 200 K, 400 K, dan 600 K pada tekanan 1 atm, 10 atm, dan 100

atm yang berlainan, sedemikian agar kandungan isi bejana yang pantas dapat dipilih :

dimana:

$$\begin{aligned} R &\approx 0,082054 \\ a &= 3,592 \\ b &= 0,04267 \end{aligned} \quad] \quad \text{untuk karbon dioksida}$$

$$\begin{aligned} a &= 1,36 \\ b &= 0,03183 \end{aligned} \quad] \quad \text{untuk gas oksigen}$$

Solusi:

Volume molekul kedua gas dihitung dengan hukum gas ideal dulu untuk mendapatkan v_i sebagai tebakan awal bagi hukum Van Der Waals nantinya, untuk sejumlah kombinasi temperatur dan tekanan yang berlainan. Jadi volume molekul gas ideal (v_i) atau sebagai akar tebakan awal untuk kedua gas real tersebut adalah :

1. Pada $T = 200 \text{ K}$

untuk $p = 1 \text{ atm}$

$$v_i = \frac{0,082054 \text{ L atm} \cdot 200 \text{ K}}{\text{mol K} \cdot 1 \text{ atm}} = 16,4108 \text{ L/mol}$$

analog untuk $p = 10 \text{ atm}$, $v_i = 1,64108 \text{ L/mol}$

untuk $p = 100 \text{ atm}$, $v_i = 0,164108 \text{ L/mol}$

2. Pada $T = 400 \text{ K}$

untuk $p = 1 \text{ atm}$

$$v_i = \frac{0,082054 \text{ L atm} \cdot 400 \text{ K}}{\text{mol K} \cdot 1 \text{ atm}} = 32,8216 \text{ L/mol}$$

analog untuk $p = 10 \text{ atm}$, $v_i = 3,28216 \text{ L/mol}$

untuk $p = 100 \text{ atm}$, $v_i = 0,328316 \text{ L/mol}$

3. Pada $T = 600 \text{ k}$

untuk $p = 1 \text{ atm}$

$$v_i = \frac{0,082054 \text{ L atm} \cdot 600 \text{ K}}{\text{mol K} \cdot 1 \text{ atm}} = 49,2324 \text{ L/mol}$$

$$\begin{aligned} \text{analog untuk } p = 10 \text{ atm, } v_i &= 4,92324 \text{ L/mol} \\ \text{untuk } p = 100 \text{ atm, } v_i &= 0,492324 \text{ L/mol} \end{aligned}$$

Kemudian untuk menentukan volume molekul gas karbondioksida dan oksigen dari sejumlah kombinasi temperatur dan tekanan yang berlainan dengan menggunakan hukum Van Der Waals, perhitungan dengan program bahasa Basic pada program 1 terlihat hasilnya seperti pada tabel 1, 2, dan 3. Toleransi yang dipergunakan didalam program tersebut untuk mendapatkan hasil seperti dalam tabel 1, 2 dan 3 adalah lebih kecil dari 0,001 %.

Jadi terlihat bahwa hasil-hasil untuk hukum gas ideal berbeda dengan hukum Van Der Waals untuk kedua gas dan ini tergantung pada nilai spesifik suhu dan tekanan.

Selanjutnya karena terjadinya perbedaan yang berarti dari hasil tersebut, maka disain untuk kandungan isi bejana akan sedikit berbeda dan ini tergantung dari persamaan keadaan yang digunakan.

Persamaan keadaan ini dapat diselesaikan dengan menggunakan metoda Newton-Raphson. Metoda Newton-Raphson tersebut mempunyai keuntungan karena hanya membutuhkan perhitungan turunan pertama saja dan tebakan nilai awal. Jika fungsi tersebut konvergen keakarnya, maka dengan metoda Newton-Raphson konvergensi yang terjadi sangat cepat.

Dalam menunjukkan kemampuan komputasi, study kasus yang sekarang, memperlihatkan bahwa metoda Newton-Raphson tersebut sangat menarik untuk diteliti. Dengan mempelajari kecepatan komputasi, berbagai metoda numerik, maka kebanyakan akar-akar persamaan tidak dapat dibedakan. Kalau hanya melakukan satu kali komputasi, maka dengan perbedaan 10 detik kerugian waktu antara pendekatan metoda Regula Falsi dan metoda Newton-Raphson dapat diabaikan. Tetapi jika untuk melakukan komputasi membutuhkan berjuta-juta evaluasi, maka efisiensi metoda numerik menjadi suatu faktor yang sangat menentukan.

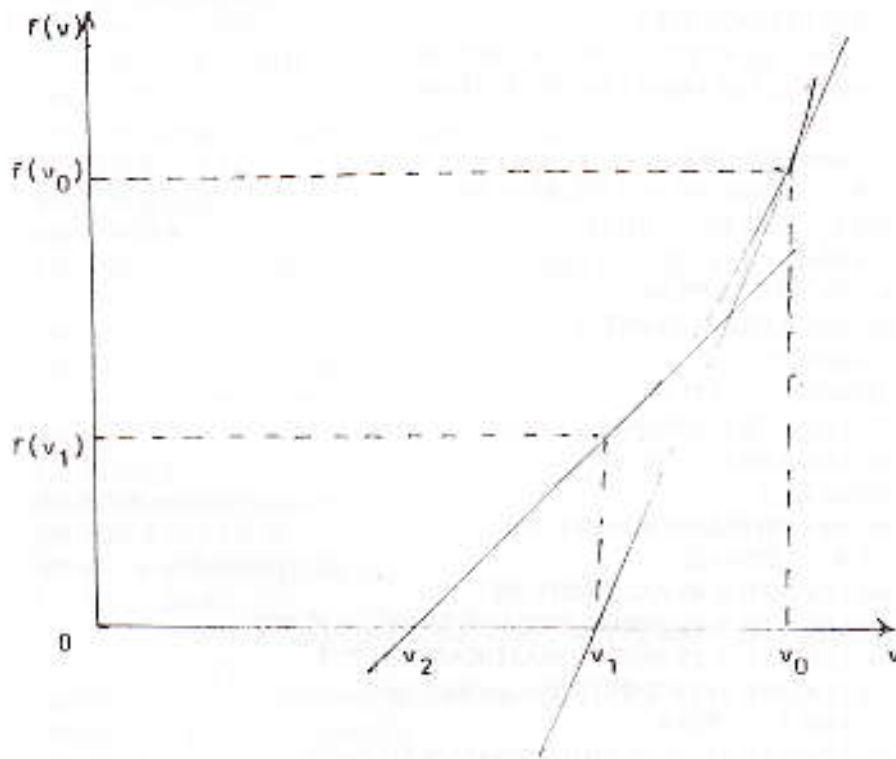
KESIMPULAN

Hasil-hasil kedua gas karbondioksida dan oksigen dengan menggunakan hukum gas ideal berbeda dengan hukum persamaan Van Der Waals, ini tergantung pada nilai spesifik suhu dan tekanan. Selanjutnya karena beberapa hasil ini berbeda secara berarti, disain untuk kandungan isi bejana akan sedikit berbeda, tergantung dari persamaan, keadaan yang lebih rumit diselidiki.

Metoda Newton-Raphson hanya memerlukan satu tebakan awal. Hukum gas ideal digunakan untuk memperoleh tebakan pada saat permulaan proses ini. Dengan menggunakan jangka waktu cukup pendek, sehingga perbedaan suhu dan tekanan tidak menyolok diantara komputasi, maka pemecahan akar sebelumnya akan memberikan sebuah tebakan yang baik untuk penerapan berikutnya. Dengan demikian persyaratan konvergensi dari metoda Newton-Raphson akan tersedia secara otomatis, sehingga akan menguntungkan sekali bila menyelesaikan masalah tipe diatas.

DAFTAR PUSTAKA

- Copra Steven C, (1991) Metoda Numerik Untuk Teknik, UI. Press, Jakarta.
Djojodiharjo, DR. W, (1983) Metoda Numerik, Erlangga, Jakarta.
Eisberg Robert M, (1981) Physics, Foundations and Applications, McGraw-Hill, New York.
Gillith. D & Watson, GA, (1991) Numerical Analysis, Longman Scientific & Technical, New York.
Hirt D.M (1976) Mathematics for Chemist, Mac Millan, Great Britain.
Heet Harry C, (1990) Mathematics in Chemistry, Prantic Hall, U.S.A.
Kreyzig Erwin, (1983) Advanced Engineering, John Wiley & Sons, New York.
Sceid Fransis, (1968) Numerical Analysis, McGraw-Hill, New York.



Gambar 1. Penjelasan grafik dari metoda Newton-Raphsons. Garis singgung terhadap fungsi pada v_i {yaitu $f'(v_i)$ } diekstrapolasikan kebawah terhadap sumbu v untuk memberikan sebuah taksiran akar v_{i+1} , dimana $i = 0, 1, 2, 3, \dots$

```

0 REM PROGRAM 1
0 REM CREATED BY ISHAK 130231861
0 'FAKULTAS MIPA UNAND PADANG
0'
10 CLS : KEY OFF
10 R = .082054: AK = 3.592: BK = .04267
10 AP = 1.36: BP = .03183
10 FOR I = 5 TO 72
10 LOCATE 5,I:PRINT "*"
100 LOCATE 19,I:PRINT "*"
101 NEXT I
20 FOR I = 5 TO 19
30 LOCATE 1,5:PRINT : "*"
40 LOCATE 1,72: PRINT "*"
150 NEXT I
160 AS = "MEMASUKKAN DAT
170 A = LEN(AS)
180 LOCATE 5, 40-A/2: PRINT AS
190 LOCATE 7, 15: INPUT "NOMOR TABEL = ?", NO
200 LOCATE 9, 15: INPUT "MASUKAN T = ?", T
210 LOCATE 11,15: INPUT "Berapa data ";A
220 FOR I = 1 TO A
230 LOCATE 12 + I, 15: PRINT "MASUKAN P = ",I;
140 INPUT P (I)
250 NEXT I
260 CLS
270 LOCATE 5,2:PRINT " TABEL ";NO;
280 LOCATE 5,12:PRINT "Perhitungan Volume molekul gas Karbon Diok-
sida dan Oksida"
290 LOCATE 7, 4: PRINT STRINGS (70, 247)
300 LOCATE 8, 8: PRINT "T": LOCATE 8, 17:PRINT "P": LOCATE 8, 30:
PRINT "V"
310 LOCATE 8, 38, PRINT "Gas Karbondioksida": LOCATE 8,60: PRINT
"Gas Oksida"
320 LOCATE 9, 7: PRINT "(K)": LOCATE 9, 16: PRINT "(atm)": LOCATE
9, 27: PRINT "(L/mol)": LOCATE 9, 43: PRINT "(L/mol)": LOCATE 9,
60 PRINT "(L/mol)"
330 LOCATE 10, 4: PRINT STRINGS(70, 247)

```



```

340 ' menghitung v(i)
350 FOR I = 1 TO A
360 V(I) = (R*T)/P(I)
370 NEXT I
380 REM menghitung harga K = karbon dioksida
390 FOR I = 1 TO A
400 K = V(I):GOTO 420
410 K = GA
420 FA(I) = (P(I) * K + (AK / K) - (AK * BK) / K ^ 2) - (BK * p(I)) -
R * T
430 FB(I) = P(I) + (2 * AK * BK) / (K ^ 3) - (AK) / (K ^ 2)
440 GA = K - (FA(I)/ FB(I))
450 IF K-GA .00001 THEN 460 ELSE 410
460 G(I) = GA
470 NEXT I
480 REM mencari harga P *****
490 FOR I = 1 TO A
500 KA = V(I):GOTO 520
510 KA = GOK
520 PC(I) = (P(I) * KA)+(AP)/(KA)-(AP * BP) / ( KA ^ 2) - (P(I) *
BP) - (R * T)
530 PD(I) = P(I) + (2*AP*BP)/(KA ^ 3) - (AP) / (KA ^ 2)
540 GOK = KA - (PC(I)/PD(I))
550 IF KA-GOK .00001 THEN 560 ELSE 510
560 O(I) = GOK
570 NEXT I
580 '
590 LOCATE 11, 6: PRINT T
600 FOR I = 1 TO A
610 LOCATE 10 + I,13: PRINT USING " ###.#          ###.####
###.####          ##.####"; P(I);V(I);G(I);O(I)
620 NEXT I
630 LOCATE 12 + A, 4: PRINT STRING$(70, 247)
640 LOCATE 18,50:INPUT "APAKAH TABEL AKAN DICETAK
(Y/N)";CET$
650 IF CET$ = 'y' OR CET$ = 'Y' THEN 660 ELSE 830
660 LPRINT

```

```

700 LPRINT
710 LPRINT TAB(5);STRINGS(70, 247); LPRINT
720 LPRINT TAB(11);"T";TAB(19);"P";TAB(32);"V";
730 LPRINT TAB(40);"Gas Karbondioksida"; TAB (62); Gas Oksida"
740 LPRINT TAB (9);"(K)"; TAB(17);"(atm)";TAB(29);"(L/mol)"; TAB
(45);"(L/mol)";TAB (62);"(L/mol)";LPRINT
750 LPRINT TAB(5);STRINGS(70, 247)
760 LPRINT
770 LPRINT TAB(8);T;
780 FOR I = 1 TO A
790 LPRINT TAB (15);USING "###.###.###.###.###.###
###.###.### "; P(I);V(I);G(I);O(I)
800 NEXT I : LPRINT
810 LPRINT TAB(5);STRINGS(70, 247)
820 LPRINT
830 END

```

TABEL 1 Perhitungan Volume molekul gas karbon Dioksida dan Gas Oksida

T (K)	P (atm)	V (L/mol)	Gas Karbondioksida (L/mol)	Gas Oksida (L/mol)
200	1.0	16.4108	16.2328	16.3597
	10.0	1.6411	1.4420	1.5890
	100.0	0.1641	0.3139	0.1063

TABEL 2 : Perhitungan Volume molekul gas Karbon Dioksida dan Gas Oksida

T (K)	P (atm)	V (L/mol)	Gas Karbondioksida (L/mol)	Gas Oksida (L/mol)
400	1.0	32.8216	32.7548	32.8120
	10.0	3.2822	3.2146	3.2728
	100.0	0.3282	0.2528	0.3220

TABEL 3 : Perhitungan Volume molekul gas Karbon Dioksida dan gas Oksida

T (K)	P (atm)	V (L/mol)	Gas Karbondioksida (L/mol)	Gaa Oksida (L/mol)
600	1.0	49.2324	49.2021	49.2366
	10.0	4.9232	4.8931	4.9276
	100.0	0.4923	0.4648	0.4986