Jurnal Matematika dan Pengetahuan Alam
Vol. 5, No. 1, Th. 1996 ISSN: 0853-0033

METODE MODIFIKASI REGULA FALSI

I Made Arnawa, Alwis, Farida, Yudiantri dan Alimin

Staf Pengajar FMIPA Uiversitas Andalas

ABSTRACT

Modified regula falsi is one of numerical methods for root finding. This nethod follow a scheme that may be thought of as providing series of succesive approximations, each more precise than previous one, so that enough repetitions of the procedure eventually give an approximation which differs from the true by less than some arbitrary error tolerance. Modified regula falsi method is more efficient than regula falsi method.

PENDAHULUAN

Masalah-masalah sains dan teknologi sering kali berhubungan dengan pencarian akar-akar suatu fungsi, yaitu mencari harga-harga x di mana $f(x) = 0$. Sebelum Sebelum ditemukannya komputer digital ada beberapa cara yang disebut metode langsung yang dapat dipakai untuk mencari akar-akar suatu fungsi, di antaranya dengan memakai rumus ABC atau memfaktorkan fungsi tersebut (Chapra and Canale, 1988). Untuk sebagian besar fungsi, misalnya untuk fungsi yang kelihatannya sederhana seperti $f(x) = e^x - x$ ternyata tidak dapat diselesaikan dengan metode langsung. Satu-satunya alternatif dalam kasus seperti ini adalah teknik-teknik penyelesaian hampiran (Chapra and Canale, 1988).

Dengan berkembangnya komputer digital, perkembangan komputer pribadi khususnya, telah memungkinkan berkembangnya teknik-teknik penyelesaian hampiran. Beberapa teknik penyelesaian hampiran seperti metode bagi dua, baik untuk fungsi-fungsi yang memang tidak dapat diselesaikan dengan metode langsung maupun untuk fungsi-fungsi yang sebetulnya dapat diselesaikan dengan metode langsung.

Secara garis besarnya metode-metode hampiran dapat dikelompokkan atas metode pengurung dan metode terbuka. Kedua kelompok metode ini masing-masing mempunyai kelebihan dan juga kekurangannya. Metode pengurung adalah metode yang memanfaatkan kenyataan bahwa suatu fungsi secara khas berganti tanda di sekitar akarnya. Metode pengurung pada umumnya dapat menjamin bahwa akar-akar hampiran yang diberikannya akan selalu konvergen ke akar eksaknya. Ini disebabkan karena metode pengurung memakai dua terkaan awal yang mengurung akar eksaknya, kemudian secara bersistem lebar kurungan tempat akar eksaknya berada makin lama makin diperkecil dengan bertambahnya iterasi (Chapra and Canale, 1988). Laju kekonvergenan metode pengurung relatif baik, tetapi masih kalah baik dengan laju kekonvergenan metode terbuka. Yang termasuk dalam kelompok metode pengurung adalah metode grafis, metode bagi dua, dan metode regula falsi.

Metode terbuka tidak mempedulikan apakah fungsinya berganti tanda atau tidak di sekitar akarnya, dengan demikian metode terbuka dapat juga dipakai untuk mencari akar rangkap genap atau titik singgung suatu fungsi. Berbeda dengan metode pengurung, metode terbuka tidak selalu konvergen. Tetapi kalau konvergen maka laju kekonvergenannya lebih baik dari metode pengurung (Chapra and Canale, 1988). Yang termasuk dalam kelompok metode terbuka adalah metode iterasi satu titik, metode Newton-Raphson, dan metode secan. Dari uraian di atas terlihat bahwa tidaklah mudah untuk memilih metode mana yang harus dipakai dalam mencari akar suatu fungsi, ini karena timbulnya kekhawatiran akan laju kekonvergenannya yang lambat jika memilih metode pengurung atau kekhawatiran akan kedivergenannya jika memilih metode terbuka.

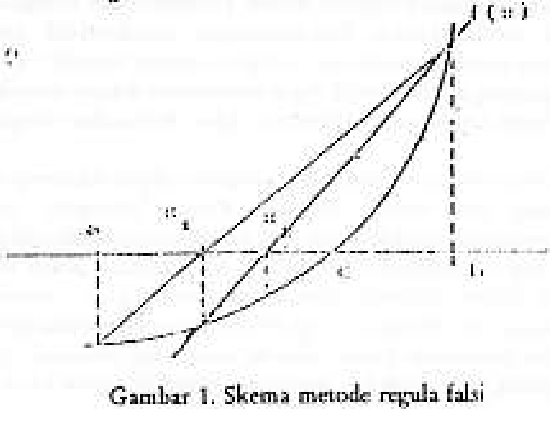
Laju kekonvergenan metode regula falsi relatif baik, tetapi masih kalah baik dengan metode Newton-Raphson. Sayangnya metode Newton tidak terjamin kekonvergenannya. Berangkat dari keinginan untuk mempunyai metode dengan laju kekonvergenan mendekati metode Newton-Raphson dan aman dalam pemakaiannya, maka penelitian ini bertujuan untuk merumuskan suatu algoritma yang dapat memperbaiki laju kekonvergenan metode regula falsi.

TINJAUAN PUSTAKA DAN METODE PENELITIAN

Tinjauan Pustaka

Misalkan f(x) suatu fungsi yang kontiniu pada [a,b] dan $f(a)f(b)<0$. Menurut teorema nilai antara $c \in [a,b]$ sehingga $f(c) = 0$. Harga c ini disebut akar dari f(x).

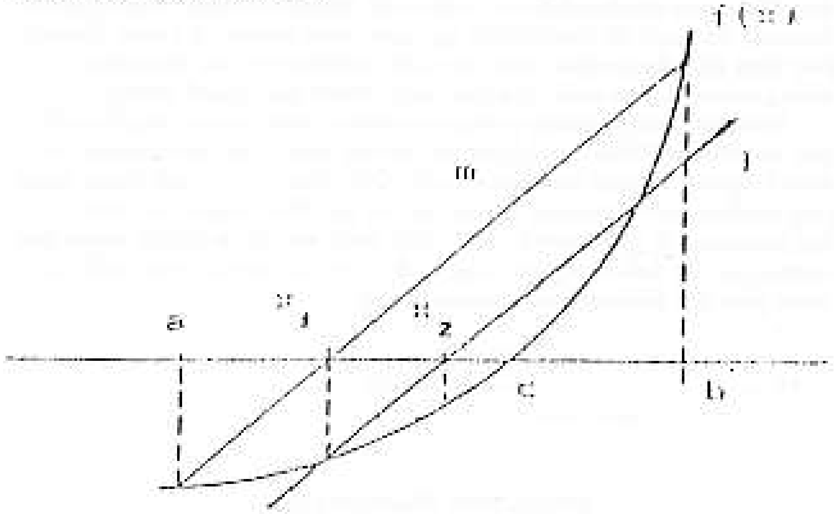
Skema metode regula falsi :



Gambar 1. Skema metode regula falsi

x_1 dan x_2 masing-masing menyatakan hampiran ke-1 dan ke-2 untuk akar eksak c.

Dengan metode modifikasi regula falsi skema pada Gambar 1 dapat diperbaiki menjadi skema pada Gambar 2.



Gambar 2. Skema metode modifikasi regula falsi

Garis m sejajar dengan garis l, x_1 merupakan absis perpotongan garis l dengan sumbu X. Hampiran berikutnya adalah absis perpotongan sumbu X dengan garis yang melalui $(x,f(x))$ yang sejajar dengan garis l.

Algoritma Metode Regula Falsi

Diberikan fungsi $f(x)$ yang kontinu pada $[a,b]$ dan $f(a)f(b) < 0$, $x_0 = a$
untuk $n = 1,2,3,.....$ sampai diperoleh ketelitian yang dikehendaki

hitung $m = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$

hitung $x_n = \dfrac{m\, x_{n-1} - f(x_{n-1})}{m}$

Jika $f(a)f(x_n) < 0$ berikan $b = x_n$
Jika $f(a)f(x_n) > 0$ berikan $a = x_n$

Metode Penelitian

Metode modifikasi regula falsi dan metode regula falsi masing-masing akan dicobakan untuk mencari akar-akar suatu fungsi, khususnya fungsi-fungsi yang akar eksaknya diketahui, ini dimaksudkan agar galat relatif sejatinya (E_s) dapat dihitung. Dari hasil uji coba tersebut akan diperoleh jumlahiterasi yang dibutuhkan oleh masing-masing metode untuk tiap-tiap fungsi beserta galat relatif sejatinya.

Misalkan n_1 dan n_2 masing-masing menyatakan jumlah iterasi yang dibutuhkan oleh metode modifikasi regula falsi dan metode regula falsi dalammencari akar suatu fungsi pada tingkat ketelitian yang diketahui. Jika $n_1 < n_2$ pada semua fungsi yang diujikan atau penurunan E_s pada metode modifikasi regula falsi lebih besar dari penurunan E_s pada metode regula falsi, maka metode modifikasi regula falsi mempunyai laju kekonvergenan yang lebih cepat dari metode regula falsi. Galat relatif sejati (E_s) dihitung dnegan rumus berikut :

$$E_s = \frac{\text{akar hampiran - akar eksak}}{\text{akar eksak}} \times 100\%$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Percobaan

Percobaan dilakukan pada tingkat ketelitian yang sama, yaitu pada galat relatif sejati sebesar 0,1%, sedangkan penurunan E_s dihitung dari lima iterasi pertama. Hasil untuk masing-masing metode disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1. Hasil Hampiran Metode Regulasi Falsi

FUNGSI/ AKAR SEJATI/ NILAI AWAL	AKAR HAMPIRAN	JUMLAH ITERASI	PENURUNAN E_s (%)
x^3+x^2-3x-3 AS = 1.73205 A = 0, B = 4	1.730715	22	46.59613
$x^3 - 1$ AS = 1 A = 0, B = 3	0.999148	31	39.40328
$e^x - 3x$ AS = 1.51213 A = 1, B = 2	1.510993	9	21.08225

Tabel 2. Hasil Hampiran Metode Modifikasi Regulasi Falsi

FUNGSI/ AKAR SEJATI/ NILAI AWAL	AKAR HAMPIRAN	JUMLAH ITERASI	PENURUNAN E_t (%)
x^3+x^2-3x-3 AS = 1.73205 A = 0, B = 4	1.730935	14	53.90414
$x^3 - 1$ AS = 1 A = 0, B = 3	0.999319	23	41.96093
$e^x - 3x$ AS = 1.51213 A = 1, B = 2	1.511442	5	22.67179

Pembahasan

Dari Tabel 1 dan Tabel 2 terlihat bahwa akar hampiran metode modifikasi regula falsi lebih baik dari akar hampiran metode regula falsi. Selisih terkecil untuk metode regula falsi dan metode modifikasi regula falsi masing-masing adalah 0,000852 dan 0,000681 yang sama-sama terjadi pada fungsi $f(x) = x^3 - 1$, sedangkan selisih terbesarnya sama-sama terjadi pada fungsi $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$.

Dilihat dari jumlah iterasi yang diperlukan, metode regula falsi memerlukan jumlah iterasi yang lebih sedikit dari metode regula falsi. Hal ini terjadi pada semua fungsi yang diujikan. Beda iterasi terkecilnya adalah 4 yang terjadi pada fungsi $f(x) = e^x - 3x$, sedangkan beda iterasi terbesarnya adalah 8 yang terjadi pada $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$.

Pada lima iterasi pertama untuk semua fungsi yang diujikan, besarnya penurunan galat relatif sejati metode modifikasi regula falsi lebih besar dari metode regula falsi. Penurunan terkecilnya terjadi pada $f(x) = e^x - 3x$, yaitu 21.08254 % untuk metode regula falsi dan 22.67178 % untuk metode modifikasi regula falsi. Penurunan terbesarnya terjadi pada $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$, yaitu 53.90414 % untuk metode modifikasi regula falsi dan 46.59613 % untuk metode regula falsi.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Metode modifikasi regula falsi terjamin kekonvergenannya, karena metode ini memakai dua terkaan awal yang menurung akar dan secara bersistem lebar kurungan tempat akar eksaknya berada makin lama makin diperkecil. Metode modifikasi regula falsi laju keonvergenannya lebih cepat dari metode regula falsi, ini karena metode modifikasi regula falsi membutuhkan jumlah iterasi yang lebih sedikit dan penurunan galat relatif sejatinya lebih besar.

Saran

Untuk fungsi-fungsi tertentu, metode modifikasi regula falsi konvergen sangat lambat, karena itu penggunaannya sebaiknya didahului dengan melihat karakteristik fungsi yang akan ditentukan akarnya.

DAFTAR PUSTAKA

Canale and Chapra, 1988. *Numerical Methods for Engineers*, 2nd ed. McGraw-Hill, London.

Gerald, F. 1985. *Applied Numerical Analysis*, 3rd ed. Addison-Wesley. California.

Hutahaean, E. 1983. *Kalkulus Diferensial dan Integral*. Gramedia. Jakarta.