

**ARTIKEL PENELITIAN
DOKTOR MUDA
TAHUN ANGGARAN 2006
KONTRAK NO: 065/J.16/PL/DIPA/IV/2006**

**MODEL NUMERIK
GELOMBANG BOUSSINESQ SATU DIMENSI**

Oleh:
Dr. Mas Mera

FAKULTAS TEKNIK



**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
LEMBAGA PENELITIAN
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG 2006**

**Halaman Pengesahan Artikel
Penelitian Doktor Muda
Tahun Anggaran 2006**

Judul Penelitian : **Model Numerik Gelombang Tipe Boussinesq Satu Dimensi**

Bidang Ilmu : **Teknik Sumber-daya Air / Teknik Sipil**

Peneliti:

a. Nama Lengkap dan Gelar : **Dr. Mas Mera**

b. Pangkat / Golongan : **Penata Muda / IIIa**

c. NIP : **132 067 474**

d. Jabatan Fungsional : **Lektor**

e. Jabatan Struktural : **----**

f. Mata Kuliah : **Mekanika Fluida, Hidrolika dan Hidrolika Pantai**

Lama Penelitian : **120 hari**

Biaya yang Diperlukan : **Rp 2.000.000.**

Padang, 03 Oktober 2006

Peneliti,

Dr. Mas Mera
NIP. 132 067 474

Mengetahui,

Ketua Jurusan Teknik Sipil
Fakultas Teknik – Universitas Andalas

Dekan Fakultas Teknik
Universitas Andalas

Hendra Gunawan, MT
NIP. 131 810 804

Febrin Anas Ismail, Dr.Eng
NIP. 131 784 924

ABSTRAK

Penelitian ini menitik-beratkan pada pengembangan model numeric gelombang Boussinesq satu dimensi horizontal. Model ini didasarkan pada persamaan pengatur yang telah ada, yaitu persamaan tipe Boussinesq non-linear lemah dan dalam suku kecepatan horizontal sembarang (*weakly non-linear Boussinesq-type equations in terms of an arbitrary horizontal velocity*). Pada batas gelombang datang, elevasi permukaan bebas divariasikan secara sinusoidal dan kecepatan horizontal dihitung dengan mempertimbangkan gelombang amplitude kecil yang periodic. Pada batas gelombang pergi, *the Sommerfel radiation condition* didiskretkan secara eksplisit dan implicit untuk menghitung nilai prediksi dan koreksi elevasi permukaan bebas. Kecepatan horizontal diperoleh dengan mensubstitusikan gelombang amplitude kecil yang periodic ke dalam persamaan kontinuitas dengan anggapan pada batas tersebut kedalaman konstan.

Model numeric ini kemudian digunakan untuk mensimulasikan penjalaran gelombang monochromatic dari laut dalam ke laut dangkal sesaat sebelum pecah. Model ini diverifikasi menggunakan data laboratorium yang telah ada. Hasil verifikasi menunjukkan bahwa model ini mampu mensimulasikan penjalaran gelombang dalam saluran dengan kemiringan tetap (*constant slope*) dan penjalaran gelombang pada saluran yang diberi penghalang seperti tanggul terbenam (*submerged bar*).

1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Gelombang perairan merupakan peristiwa alam yang dapat terjadi di sungai, danau, muara dan samudra. Gelombang yang sering kita lihat ini disebabkan oleh tiupan angin. Tetapi gelombang bisa saja disebabkan oleh sebab lain seperti gelombang tsunami yang disebabkan oleh pergerakan lempeng bumi dan gelombang pasang yang disebabkan oleh daya tarik benda-benda langit.

Pada umumnya gelombang merambat dari perairan yang lebih dalam ke perairan yang lebih dangkal. Semakin ke perairan dangkal (pantai), gelombang makin meninggi dan akhirnya pecah. Pecahnya gelombang akan menyebabkan terjadinya arus (*wave-induced currents*). Arus ini disebut dengan arus pantai (*longshore currents*). Jika arus ini tidak tegak lurus terhadap garis pantai akan menyebabkan perubahan garis pantai, karena pasir-pasir (*sediment*) dipindahkan oleh arus tersebut.

Penulis tertarik untuk memodelkan gelombang perairan secara numerik. Persamaan gelombang yang dipilih adalah persamaan gelombang tipe Boussinesq, karena persamaan tipe ini mengandung suku-suku dispersi yang mampu meniru bentuk gelombang perairan nyata dibandingkan dengan tipe persamaan gelombang lainnya (Peregrine, 1967; dan Nwogu, 1993). Karena pemodelan gelombang secara numerik membutuhkan pemikiran dan waktu yang lebih, maka pemodelan dibatasi pada satu dimensi horizontal, dan batasan perjalanan gelombang adalah dari laut dalam sampai gelombang sesaat akan pecah.

1.2. Tujuan

Untuk membuat model numeric gelombang perairan menggunakan persamaan tipe Boussinesq, maka tujuan dari penelitian (*objectives of study*) ini adalah:

1. Memilih persamaan pengatur atau *governing equations* (persamaan gelombang tipe Boussinesq) yang mampu mendiskripsikan gelombang dari laut dalam ke laut dangkal.
2. Menentukan persamaan batas (*boundary conditions*) yang sesuai dengan persamaan pengatur.
3. Menentukan metode numeric yang sesuai dengan persamaan pengatur.
4. Mendiskretisasi persamaan pengatur dan persamaan batas.
5. Memverifikasi model dengan data yang telah ada.

1.3. Manfaat

Manfaat dari penelitian ini adalah transformasi gelombang dari laut dalam sampai sesaat sebelum pecah dapat dimodelkan. Tinggi gelombang yang dimodelkan ini dapat menjadi referensi dalam mendisain struktur yang dibangun di kawasan pantai.

1.4. Batasan Masalah

Dengan mempertimbangkan alokasi dana dan waktu yang tersedia maka penelitian ini dibatasi oleh sebagai berikut:

1. Persamaan pengatur (persamaan tipe Boussinesq) dipilih dari persamaan yang telah ada.
2. Model numeric yang akan dibuat hanya dalam satu dimensi horizontal.
3. Penjalaran gelombang dibatasi dari laut dalam ke laut dangkal sesaat sebelum pecah. Dengan kata lain, gelombang pecah tidak dimasukkan dalam model.
4. Untuk verifikasi model menggunakan data-data laboratorium yang ada yang diperoleh dari jurnal-jurnal akademik Internasional.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Pada tahun 1967, Peregrine telah mengembangkan sebuah model numeric satu dimensi horizontal berdasarkan persamaan tipe Boussinesq (*Boussinesq-type equations*) dimana variabel kecepataannya adalah kecepatan rata-rata kedalaman. Model ini kemudian dicobakan untuk memodelkan gelombang *solitary* yang merambat ke arah pantai, dimana pantai tersebut kemiringannya linear (teratur).

Pada tahun 1978, Abbott mengubah variable kecepatan pada persamaan Peregrine (1967) dari kecepatan rata-rata kedalaman menjadi kecepatan dalam bentuk fluks volume. Abbott kemudian mendiskretisasi persamaan tipe Boussinesq menjadi sebuah model numeric. Model ini digunakan untuk memodelkan gelombang yang mendangkal (*shoaling waves*), gelombang pantul (*reflecting waves*) dan gelombang yang mampu menembus pemecah gelombang yang porous (*permeable breakwaters*).

Kedua persamaan gelombang tipe Boussinesq di atas hanya mampu memodelkan penjalaran gelombang pada laut dangkal saja. Oleh sebab itu, para peneliti dalam bidang ilmu ini berusaha mengembangkan persamaan-persamaan tipe Boussinesq baru yang mampu menggambarkan transformasi gelombang hingga laut dalam seperti yang dilakukan oleh Nwogu (1993), dan Schäffer dan Madsen (1995). Kebanyakan dari persamaan-persamaan ini tidak diubah dalam bentuk model numeric. Kemampuan persamaan-persamaan ini biasanya diuji dalam bentuk *numerical experimentations* yaitu pengujian menggunakan persamaan-persamaan matematik yang lebih sederhana dari persamaan tipe Boussinesq itu sendiri (Nwogu, 1993, Schäffer dan Madsen, 1995; dan Madsen dan Schäffer, 1998).

Pada penelitian ini, penulis mendiskretisasi salah satu dari set persamaan pengatur (tipe Boussinesq) yang mampu memodelkan transformasi gelombang pada laut dalam ini menjadi sebuah model numeric. Persamaan yang dipilih adalah set persamaan yang dikembangkan Nwogu (1993). Alasan pemilihan ini adalah persamaan Nwogu (1993) lebih simple dari persamaan Schäffer dan Madsen (1995), dan mampu memodelkan transformasi gelombang dari laut dalam ke dangkal (penjelasan lebih detail ada pada bab berikut).

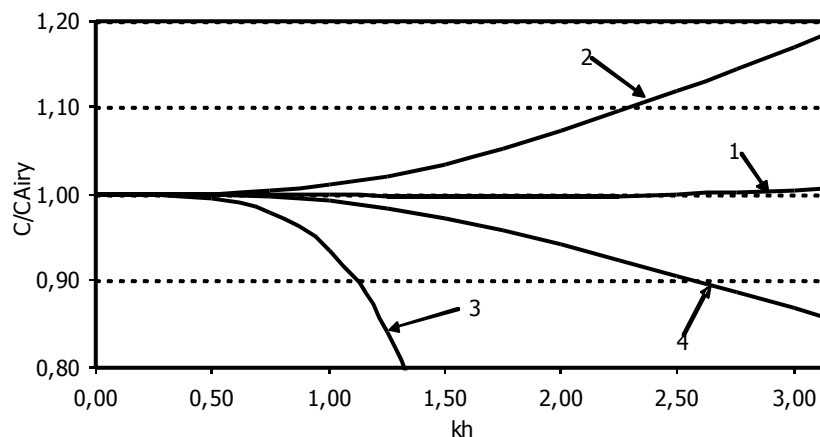
Untuk itu, penulis mengembangkan atau menentukan syarat batas (*boundary conditions*) yang sesuai dengan persamaan pengatur (*governing equations*) yang akan dipakai. Sesuatu yang telah diketahui oleh seorang pembuat model numeric adalah susahnya menentukan persamaan (syarat) batas yang cocok untuk suatu persamaan pengatur. Dengan kata lain, penentuan syarat batas adalah suatu pekerjaan yang paling sulit dalam mengembangkan sebuah model numeric.

3. PERSAMAAN PENGATUR DAN SYARAT BATAS

3.1. Persamaan Pengatur

Persamaan pengatur (persamaan tipe Boussinesq) dianalisis dengan cara *numerical experimentation* untuk menguji kemampuannya menggambarkan transformasi gelombang pada laut dalam dan dangkal.

Dari hasil *numerical experimentation* dapat diperoleh bahwa persamaan type Boussinesq yang diturunkan oleh Nwogu (1993) mempunyai *performance* yang lebih bagus dibandingkan dengan persamaan-persamaan type Boussinesq yang diturunkan oleh peneliti lainnya seperti Boussinesq (1872) dan Peregrine (1967). Gambar 1 menunjukkan perbandingan kecepatan gelombang (*wave celerity*) type Boussinesq dengan kecepatan gelombang Airy yang digunakan sebagai standar.



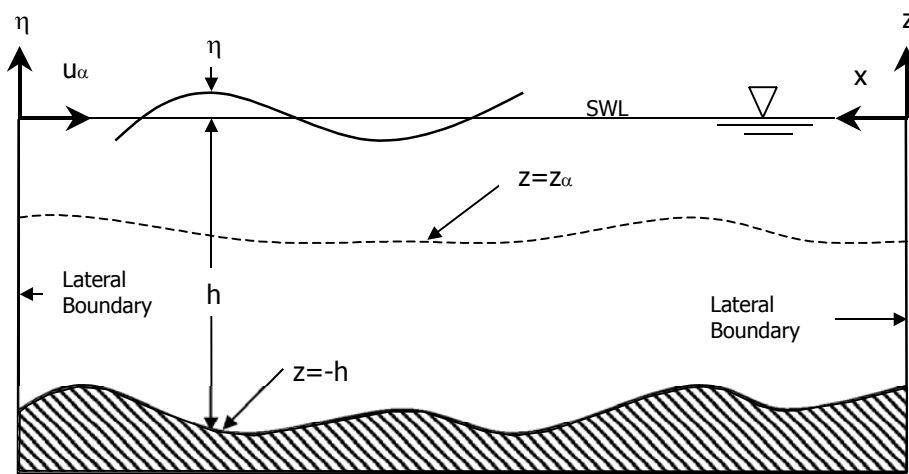
Gambar 1. Perbandingan kecepatan gelombang, C/C_{Airy} , C_{Airy} adalah kecepatan gelombang Airy dan C adalah kecepatan gelombang type Boussinesq yang diturunkan oleh: (1) Nwogu (1993); (2) Boussinesq (1872); (3) Peregrine (1967) dan (4) Peregrine (1967).

Dari hasil perbandingan ini, dapat disimpulkan bahwa persamaan pengatur yang akan dipilih adalah persamaan type Boussinesq yang diturunkan oleh Nwogu (1993), yaitu:

$$\eta_t + [(h + \eta)u_\alpha]_x + \left(\frac{1}{2}z_{c\alpha}^2 - \frac{1}{6}\right)(h^3u_{\alpha,xx})_x + \left(z_{c\alpha} + \frac{1}{2}\right)[h^2(hu_\alpha)_{xx}]_x = 0 \quad (1)$$

$$u_{\alpha t} + g\eta_x + u_{\alpha} u_{\alpha x} + z_{\alpha} \left[\frac{1}{2} z_{\alpha} u_{\alpha txx} + (hu_{\alpha t})_{xx} \right] = 0 \tag{2}$$

Arti dari simbol-simbol yang digunakan dalam persamaan di atas diterangkan dalam Gambar 2, dimana η adalah elevasi permukaan air bebas, h adalah kedalaman perairan dari permukaan bebas, u_{α} adalah kecepatan orbital gelombang pada kedalaman tertentu, $\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{z_{\alpha}}{h} \right)^2 + \frac{z_{\alpha}}{h}$; $-0,5 \leq \alpha \leq 0$; $z_{\alpha} = z_{c\alpha} h$; $-1 \leq z_{c\alpha} \leq 0$, sub-skrip t dan x menyatakan berturut-turut derivatif terhadap waktu t dan ruang x, dan g adalah percepatan gravitasi.



Gambar 2. Definisi simbol-simbol yang digunakan dalam persamaan pengatur.

3.2. Syarat Batas

Syarat batas yang akan ditentukan adalah syarat batas gelombang datang (*incoming wave boundary conditions*) dan syarat batas gelombang yang meninggalkan domain (*outgoing wave boundary conditions*) untuk permukaan air bebas (η) dan kecepatan orbital partikel gelombang (u).

3.2.1. Syarat Batas Gelombang Datang

Elevasi permukaan bebas divariasikan secara sinusoidal terhadap waktu dan dinyatakan seperti

$$\eta = \frac{1}{2} H_i \cos(\omega t) \tag{3}$$

dimana η adalah elevasi permukaan bebas, H_i adalah tinggi gelombang datang, ω adalah frekuensi sudut (*angular frequency*) dan t adalah waktu rambat gelombang. Kecepatan orbital partikel gelombang berdasarkan persamaan pengatur dengan anggapan dasar laut pada batas gelombang datang adalah datar dapat dinyatakan dengan persamaan berikut

$$u_\alpha = \frac{\omega\eta}{kh\left[1 - \left(\alpha + \frac{1}{3}\right)(kh)^2\right]} \quad (4)$$

3.2.2. Syarat Batas Gelombang Pergi

Pada batas gelombang meninggalkan domain, syarat radiasi Sommerfeld (*Sommerfeld radiation condition*) dapat dipakai yaitu

$$\eta_t + C\eta_x = 0 \quad (5)$$

dimana $C = \omega/k$; C adalah kecepatan (*celerity*) gelombang dan k adalah angka gelombang. Sementara itu, untuk menentukan kecepatan orbital partikel gelombang dapat dipakai persamaan (4).

4. ALGORITMA SOLUSI NUMERIK

4.1. Metode Numerik

Untuk persamaan-persamaan pengatur yang punya kesalahan pemendekan (*truncation of error*) yang kecil diperlukan metode numeric (*numerical scheme*) yang punya kesalahan pemendekan yang kecil juga. Salah satu metode yang sering dipakai adalah *Crank-Nicholson finite difference scheme* seperti yang digunakan oleh Nwogu (1993). Penggunaan metode ini sebenarnya tidak mudah karena harus melakukan penyederhanaan terhadap persamaan pengatur terlebih dahulu.

Metode yang lebih populer adalah metode yang dikenalkan oleh Wei and Kirby (1995). Metode ini dipakai dalam penelitian ini. Untuk memprediksi waktu, metode ini menggunakan metode *predictor* orde tiga Adams-Bashforth (*third-order Adams-Bashforth predictor method*) dan metode *corrector* orde empat Adams-Moulton (*fourth-order Adams-Moulton Adams-Moulton corrector method*). Sementara itu, turunan ruang orde pertama didekati dengan operator beda hingga dengan ketelitian orde empat (*a fourth-order accurate finite difference scheme*), sedangkan turunan ruang orde dua dan tiga hanya didekati dengan operator beda hingga dengan ketelitian orde dua. Menurut Wei and Kirby (1995), penggunaan diskretisasi orde tinggi dalam ruang dan waktu dapat menghindarkan kesalahan difusi numeric yang tidak diinginkan yang proporsional terhadap turunan ruang orde dua.

4.2. Diskretisasi Persamaan

Persamaan kontinuitas atau persamaan (1) dapat diubah bentuknya menjadi

$$\eta_t = E(\eta, u_\alpha) \quad (6)$$

dimana

$$E(\eta, u_\alpha) = -[(h + \eta)u_\alpha]_x - \left(\frac{1}{2}z_{c\alpha}^2 - \frac{1}{6}\right)(h^3u_{\alpha xx})_x - \left(z_{c\alpha} + \frac{1}{2}\right)[h^2(hu_\alpha)_{xx}]_x \quad (7)$$

Persamaan momentum atau persamaan (2) dapat diubah bentuknya menjadi

$$U_{\alpha_t} = F(\eta, u_{\alpha}) \tag{8}$$

dimana grup variable U_{α} dan F didefinisikan sebagai

$$U_{\alpha} = u_{\alpha} + z_{\alpha} \left[\frac{1}{2} z_{\alpha} u_{\alpha_{xx}} + (hu_{\alpha})_{xx} \right] \tag{9}$$

$$F(\eta, u_{\alpha}) = -g\eta_x - u_{\alpha} u_{\alpha_x} \tag{10}$$

Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam proses penyelesaian adalah:

- Nilai η_i^{t+1} dan $U_{\alpha_i}^{t+1}$ dihitung secara langsung menggunakan *third-order explicit, Adams-Bashforth three-step predictor scheme* yang diterapkan pada persamaan (6) dan (8) memberikan

$$\eta_i^{t+1} = \eta_i^t + \frac{1}{12} \Delta t [23E^t - 16E^{t-1} + 5E^{t-2}]_i + O(\Delta t^3) \tag{11}$$

$$U_{\alpha_i}^{t+1} = U_{\alpha_i}^t + \frac{1}{12} \Delta t [23F^t - 16F^{t-1} + 5F^{t-2}]_i + O(\Delta t^3) \tag{12}$$

dimana level waktu t diketahui. Semua suku-suku pada sisi kanan diketahui pada perhitungan sebelumnya.

- Kemudian nilai $U_{\alpha_i}^{t+1}$ digunakan untuk menentukan kecepatan horizontal pada level waktu baru $u_{\alpha_i}^{t+1}$ menggunakan persamaan (9). Perhitungan memerlukan solusi sistem matriks tridiagonal yang mana matriks koefisien konstan terhadap waktu. Persamaan ini dengan mudah dapat diselesaikan dengan eliminasi Gauss.

$$\left[\begin{array}{c} \text{Coefficient} \\ \text{matrix} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \\ u_{\alpha} \\ \end{array} \right\}^{t+1} = \left\{ \begin{array}{c} \\ U_{\alpha} \\ \end{array} \right\}^{t+1} \tag{13}$$

- Nilai η_i^{t+1} dan $u_{\alpha_i}^{t+1}$ yang baru didapatkan kemudian digunakan untuk menghitung E_i^{t+1} and F_i^{t+1} berturut-turut menggunakan persamaan (7) dan (10).

- Tahapan selanjutnya, *the fourth-order Adams-Moulton four-step corrector* digunakan pada persamaan (6) dan (8) yang dapat ditulis seperti

$$\eta_i^{t+1} = \eta_i^t + \frac{1}{24} \Delta t [9E^{t+1} + 19E^t - 5E^{t-1} + E^{t-2}]_i + O(\Delta t^5) \tag{14}$$

$$U_{\alpha_i}^{t+1} = U_{\alpha_i}^t + \frac{1}{24} \Delta t [9F^{t+1} + 19F^t - 5F^{t-1} + F^{t-2}]_i + O(\Delta t^5) \tag{15}$$

- Tahapan *corrector* ini diulang sampai dua hasil yang berdekatan tidak lebih besar dari nilai yang ditetapkan. Nilai ini dihitung untuk kedua variable η and u_α secara terpisah seperti

$$\Delta f = \frac{\sum_i |f_i^{t+1} - f_i^{(t+1)*}|}{\sum_i |f_i^{t+1}|} \tag{16}$$

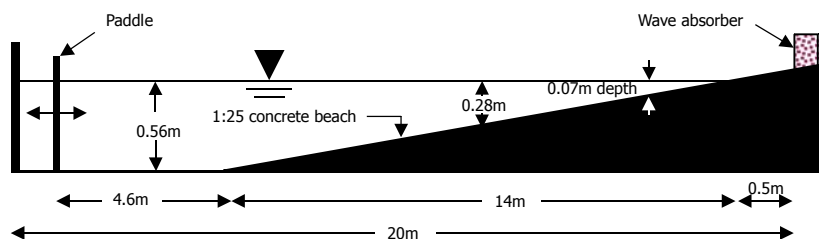
dimana f menyatakan salah satu η or u_α dan $()^*$ menyatakan nilai perhitungan sebelumnya. Tahapan *corrector* diulang jika $\Delta f > 0,001$ atau 0,1 % untuk salah satu η or u_α .

5. VERIFIKASI MODEL

Jika sebuah model numeric telah berhasil dibuat, tahap yang harus dilalui adalah menguji atau memverifikasi model. Untuk keperluan ini diperlukan data-data yang diperoleh dari laboratorium atau / dan yang diperoleh dari hasil pengukuran di lapangan. Dalam penelitian ini, data-data ini mustahil diperoleh oleh penulis dengan cara melakukan pekerjaan laboratorium atau pengukuran di lapangan, karena keterbatasan waktu dan dana. Untuk itu penulis memperolehnya dari jurnal-jurnal ilmiah Internasional.

5.1. *Experimental set-up 1: Wave propagation up a slope*

Solusi model numerik dibandingkan dengan data laboratorium yang dikumpulkan oleh Nwogu (1993). Ukuran kolam gelombang (*basin*) adalah 30 m lebar, 20 m panjang and 3 m tinggi dengan kelandaian dasar konstan 1:25. Dasar kolam terbuat dari beton kedap air. Ujung kemiringan (*toe*) terletak 4,6 m dari *wave paddle* dan kedalaman air dekat *paddle* tersebut adalah 0,56 m (Gambar 3). Dua test yang dilaksanakan adalah dengan gelombang laut dalam (*incident deep-water wave*) ($h_i/L_o = 0,5$) dan dengan gelombang laut antara (*intermediate depth water wave*) ($h_i/L_o = 0,36$) pada batas gelombang datang.



Gambar 3. *Experimental set-up 1* (Nwogu, 1993): *basin* dengan kemiringan dasar tetap 1:25.

Test no. 1

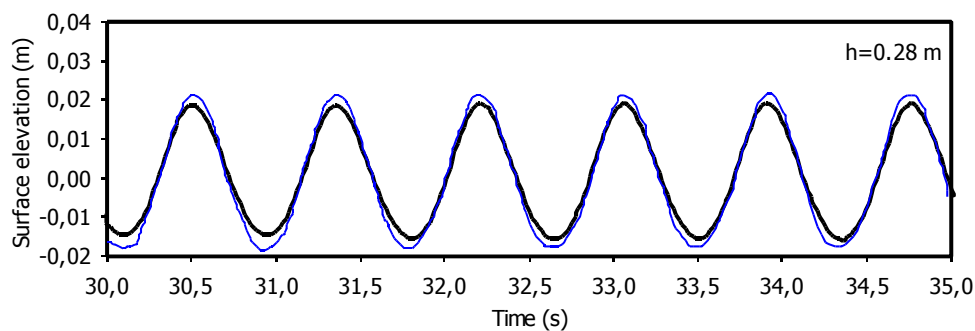
Dalam test 1 dengan *experimental set-up 1*, gelombang laut dalam ($T = 0,85$ s and $h_i/L_o = 0,5$) merambat dari batas gelombang datang dimana kedalamannya $h_i = 0,56$ m ke batas gelombang pergi pada kedalaman 0,07 m. Kondisi test (*test conditions*) adalah: $H_i = 0,04$ m, $H_i/h_i = 0,071$, $k_i h_i = \pi$,

$L_0/\Delta x = 28,2$, $T/\Delta t = 50,0$ dan *the Courant number*, didasarkan pada kedalaman gelombang datang, yang diberikan oleh

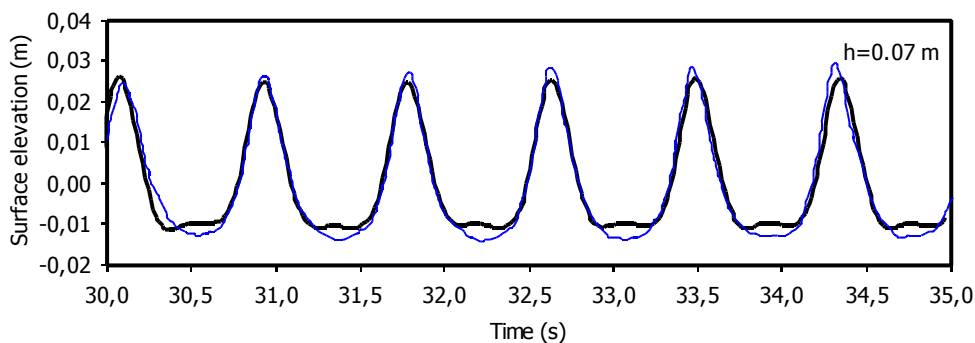
$$Cr_i = \sqrt{gh_i} \frac{\Delta t}{\Delta x} \tag{17}$$

$Cr_i = 1,00$ (test pertama)

Gambar 4 dan 5 menunjukkan prediksi permukaan bebas keluaran model pada kedalaman 0,28 m dan 0,07 m. Kedua gambar menunjukkan bahwa hasil model terhadap tinggi gelombang lebih rendah sekitar 15 %. Tetapi pada batas gelombang pergi (lihat Gambar 5), elevasi permukaan bebas yang diprediksi oleh model lebih datar dekat lembah gelombang dibandingkan dengan hasil percobaan laboratorium.



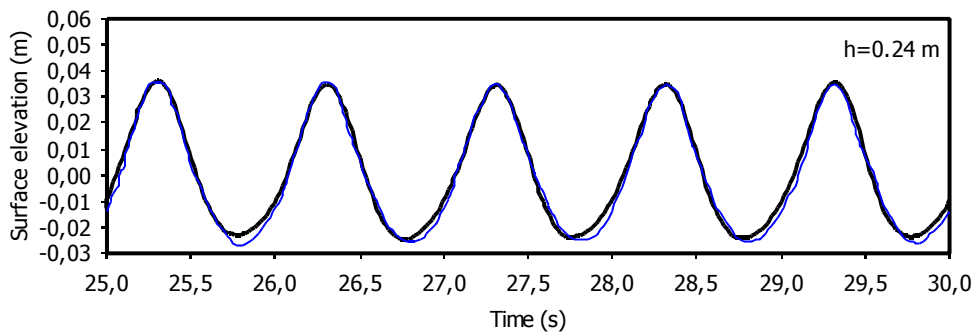
Gambar 4. Gelombang laut dalam ($h_i/L_0 = 0,5$): *time series* elevasi permukaan bebas pada kedalaman 0,28 m hasil keluaran model (garis tebal) dan data laboratorium oleh Nwogu (garis tipis). Data: $T = 0,85$ s, $H_i = 0,04$ m, $H_i/h = 0,143$, $kih_i = \pi$ dan $Cr_i = 1,00$.



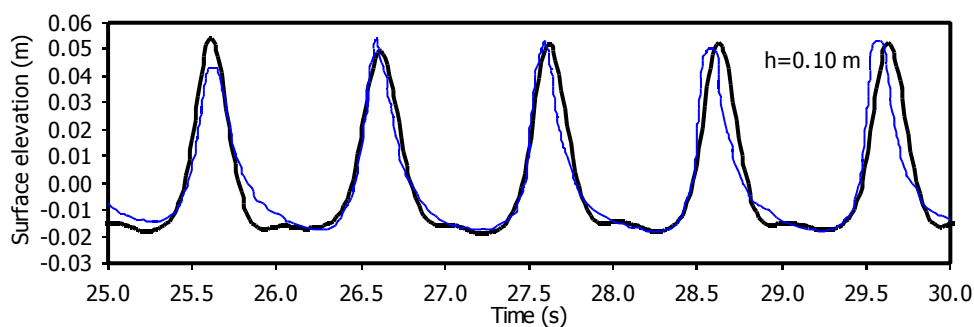
Gambar 5. Gelombang laut dalam ($h_i/L_0 = 0,5$): *time series* elevasi permukaan bebas pada batas gelombang pergi ($h = 0,07$ m) hasil keluaran model (garis tebal) dan pengukuran di laboratorium oleh Nwogu (garis tipis). Data: $T = 0,85$ s, $H_i = 0,04$ m, $H_i/h = 0,571$, $kih_i = \pi$ dan $Cr_i = 1,00$.

Test no. 2

Dalam test kedua, juga dengan *experimental set-up* 1, percobaan dilakukan untuk pendangkalan gelombang laut antara ($T = 1\text{ s}$, $h_i = 0,56\text{ m}$ dan $h_i/L_o = 0,36$). Kondisi test adalah: $H_i = 0,066\text{ m}$, $H_i/h_i = 0,118$, $k_i h_i = 2,30$, $L_o/\Delta x = 39,0$, $T/\Delta t = 58,8$ dan $Cr_i = 1,00$. *Time series* elevasi permukaan bebas diukur pada batas gelombang pergi ($h = 0,10\text{ m}$) dan pada kedalaman $0,24\text{ m}$. Hasil dari keluaran model tipe Boussinesq dan data laboratorium pada kedalaman $0,24\text{ m}$ mendekati sekali seperti yang ditunjukkan Gambar 6. Dalam Gambar 7 gelombang melebar pada lembah dan menyempit pada puncak yang menggambarkan ke non-linearitas dari persamaan pengaturannya.



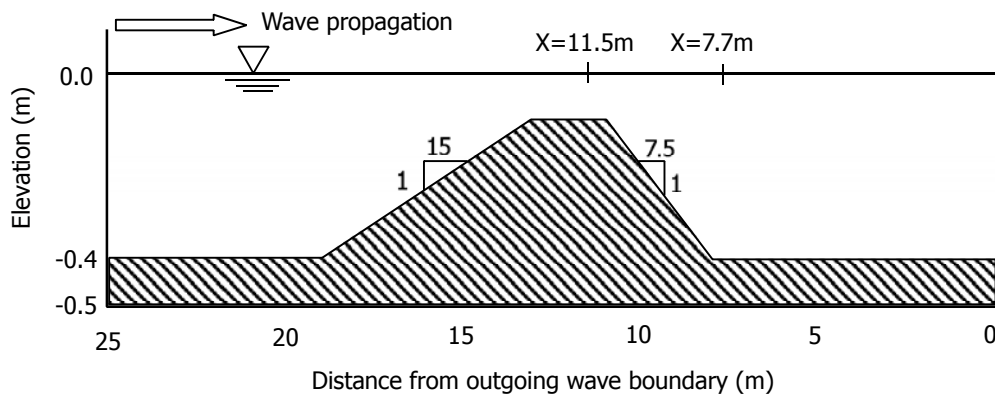
Gambar 6. Gelombang laut antara ($h_i/L_o = 0,36$): *time series* elevasi permukaan bebas pada kedalaman $0,24\text{ m}$ hasil keluaran model (garis tebal) dan hasil pengukuran di laboratorium oleh Nwogu (garis tipis). Data: $T = 1\text{ s}$, $H_i = 0,066\text{ m}$, $H_i/h = 0,275$, $k_i h_i = 2,30$ dan $Cr_i = 1,00$.



Gambar 7. Gelombang laut antara ($h_i/L_o = 0,36$): *time series* elevasi permukaan bebas pada batas gelombang pergi ($h = 0,10\text{ m}$) hasil keluaran model (garis tebal) dan data laboratorium Nwogu (garis tipis). Data: $T = 1\text{ s}$, $H_i = 0,066\text{ m}$, $H_i/h = 0,66$, $k_i h_i = 2,30$ dan $Cr_i = 1,00$.

5.2. Experimental set-up 2: Wave propagation in a channel with a submerged bar

Penulis juga menggunakan model numeric Boussinesq ini untuk memodelkan penjalaran gelombang pada *experimental set-up* yang lain, yaitu gelombang yang merambat pada tanggul terbenam (*submerged bar*) di dalam sebuah saluran. Sketsa bathymetrynya ditunjukkan oleh Gambar 8. Saluran tersebut mempunyai panjang 25 m, kedalaman di atas ke dua sisi tanggul 0,4 m dan kedalaman di atas puncak tanggul 0,1 m. Pengukuran laboratorium ini dilakukan oleh Luth *et al.* (1994) (see Borsboom *et al.*, 2000) dan digunakan untuk menilai *performance* model numeric ini. Dua test dilakukan dengan dua gelombang laut antara $h_i/L_o = 0,063$ dan $h_i/L_o = 0,251$



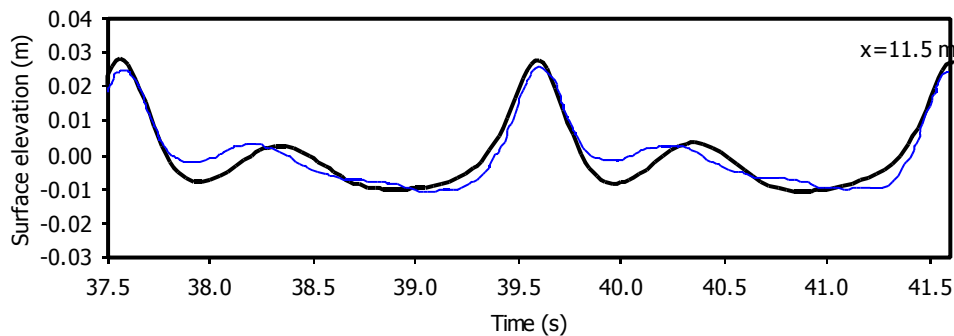
Gambar 8. *Experimental set-up 2* (Luth *et al.*, 1994): topography tanggul terbenam dengan panjang saluran 25 m, kedalaman pada kedua sisi tanggul 0,4 m dan kedalaman pada puncak tanggul 0,1 m.

Test no. 1

Sekelompok gelombang dengan periode 2,02 detik dan tinggi gelombang datang 0,02 m merambat pada saluran. Gelombang datang adalah gelombang laut antara dengan $h_i/L_o = 0,63$. Perhitungan dilakukan dengan resolusi grid $L_o/\Delta x = 79,6$ dan $T/\Delta t = 50,5$. *The Courant number* pada batas gelombang datang adalah 0,99. *Time series* elevasi permukaan bebas diukur oleh Luth *et al.* pada puncak tanggul (yaitu 11,5 m sebelum batas gelombang pergi) dan di belakang tanggul (yaitu 7,7 m sebelum batas gelombang pergi).

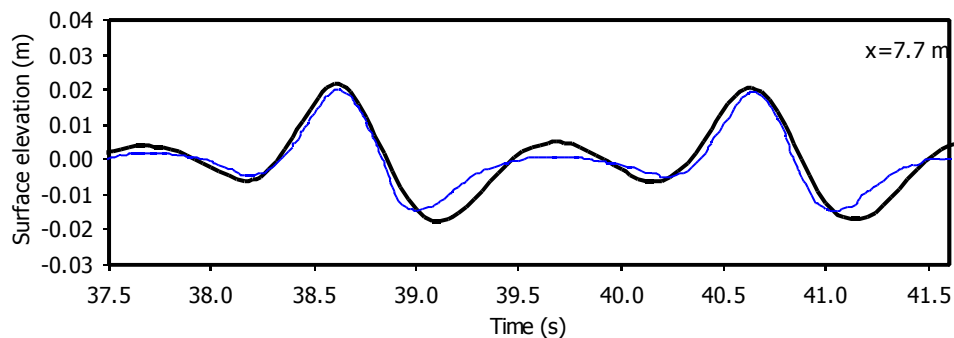
Gambar 9 menunjuk hasil model numeric mampu menggambar *main features* dari *time series* elevasi permukaan bebas pada puncak tanggul (pada

chainage $x = 11,5$ m). Tetapi, prediksi model ini sedikit *overestimate* puncak gelombang yang paling tinggi, dan *underestimate* pada bagian awal puncak gelombang yang lebih rendah. Bagian yang paling bawah dari lembah gelombang dapat dimodelkan dengan baik oleh model numeric ini.



Gambar 9. Puncak tanggul (yaitu 11,5 m sebelum batas gelombang pergi): *time series* elevasi permukaan bebas hasil keluaran model numerik (garis tebal) dan data laboratorium Luth *et al.* (garis tipis). Data: $T = 2,02$ s, $H_i = 0,02$ m, $H_i/h = 0,2$, $k_{ih} = 0,67$, $h_i/L_o = 0,06$ dan $Cr_i = 0,99$.

Gambar 10 menampilkan keluaran model numerik pada bagian belakang tanggul yaitu pada $x = 7,7$ m dari batas gelombang pergi. Elevasi permukaan bebas hasil keluaran model numeric secara marginal melebihi puncak gelombang yang diukur dan *underestimates* pada lembah gelombang.

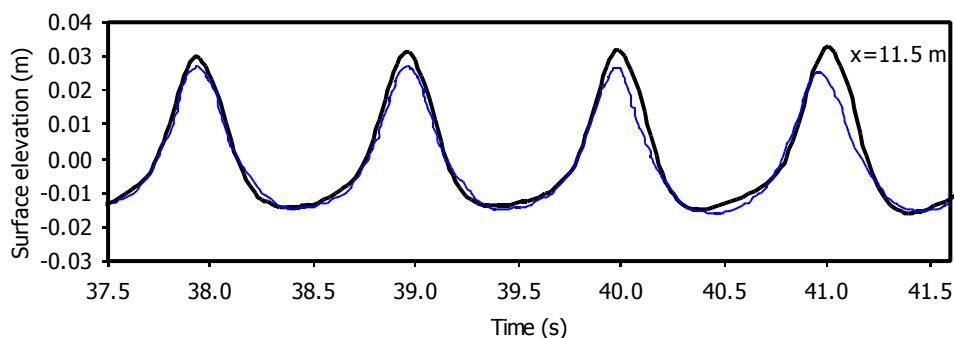


Gambar 10. Belakang tanggul (yaitu 7,7 m sebelum batas gelombang pergi): *time series* elevasi permukaan hasil keluaran model (garis tebal) dan pengukuran laboratorium Luth *et al.* (garis tipis). Data: $T = 2,02$ s, $H_i = 0,02$ m, $H_i/h = 0,05$, $k_{ih} = 0,67$, $h_i/L_o = 0,06$ dan $Cr_i = 0,99$.

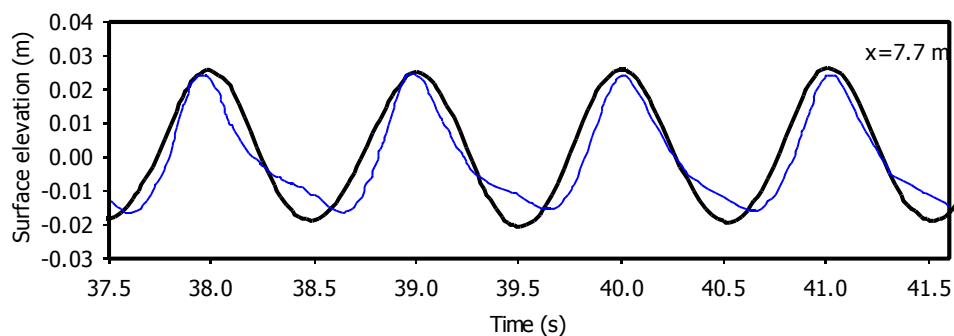
Test no. 2

Kondisi test terakhir untuk *experimental set-up 2* terdiri dari sekelompok gelombang dengan periode 1,01 detik dan tinggi gelombang datang 0,041 m yang menyebar pada bathymetry yang sama seperti yang ditunjukkan pada

Gambar 8. Gelombang datang adalah gelombang laut antara dengan $h_i/L_o = 0,251$. Perhitungan dilakukan dengan resolusi grid $L_o/\Delta x = 19,9$ dan $T/\Delta t = 33,7$. *The Courant number* pada batas gelombang datang adalah 0,74. Seperti pada test sebelumnya, *time series* elevasi permukaan bebas diukur pada puncak dan belakang tanggul. Gambar 11 dan 12 menunjukkan perbandingan pengukuran dan prediksi elevasi permukaan. Dalam Gambar 11, hasil dari model numeric dan pengukuran laboratorium menunjukkan suatu hasil yang dekat pada lembah gelombang tetapi model numeric *overestimate* pada puncak gelombang.



Gambar 11. Puncak tanggul (yaitu 11,5 m sebelum batas gelombang pergi): *time series* elevasi permukaan bebas keluaran model (garis tebal) dan pengukuran laboratorium Luth *et al.* (garis tipis). Data: $T = 1,01$ s, $H_i = 0,041$ m, $H_i/h = 0,2$, $k_i h_i = 1,69$, $h_i/L_o = 0,25$ dan $Cr_i = 0,74$.



Gambar 12. Belakang tanggul (yaitu 7,7 m sebelum batas gelombang pergi): *time series* elevasi permukaan bebas keluaran model (garis tebal) dan pengukuran laboratorium Luth *et al.* (garis tipis). Data: $T = 1,01$ s, $H_i = 0,041$ m, $H_i/h = 0,05$, $k_i h_i = 1,69$, $h_i/L_o = 0,25$ dan $Cr_i = 0,74$.

Pada sisi lain, Gambar 12 menunjukkan bahwa model numeric Boussinesq sedikit *overestimates* puncak gelombang tapi *underestimates* lembah gelombang pada bagian belakang tanggul. Gelombang hasil keluaran model numeric kelihatan lebih simetris dibandingkan dengan gelombang yang diukur.

6. KESIMPULAN

Sebuah model numeric satu dimensi horizontal telah berhasil dibuat oleh penulis berdasarkan persamaan tipe Boussinesq yang telah ada [yaitu diturunkan oleh Nwogu (1993)]. Model numeric ini digunakan penulis untuk mensimulasikan penjalaran gelombang datang monochromatic dari laut dalam (yaitu $kh = \pi$ atau $h/L = 1/2$) ke laut dangkal. Dalam verifikasi model ada *reasonable agreement* antara model numeric dan data laboratorium dalam saluran dengan kemiringan tetap. Pada test yang lain menunjukkan bahwa model numeric gelombang Boussinesq ini mampu mensimulasikan transformasikan gelombang pada saluran yang diberi penghalang seperti tanggul terbenam. Efek dari kekasaran dasar saluran tidak dimasukkan dalam model ini. Perbandingan hasil numeric dan data laboratorium menunjukkan gesekan dasar bukanlah factor yang penting untuk penyebaran gelombang pada dasar beton dan tanggul terbenam dalam test ini. Tetapi, meskipun hasil model numeric mampu menggambarkan gelombang secara umum, beberapa keanehan dapat terlihat pada Gambar 10 dan 12.

Model numeric ini didasarkan pada variasi elevasi permukaan bebas secara sinusoidal pada batas gelombang datang. Kecepatan horizontal dihitung dengan mempertimbangkan gelombang amplitudo kecil yang periodik. Pada batas gelombang pergi, *the Sommerfeld radiation condition* didiskretkan secara eksplisit dan implisit untuk menghitung nilai prediksi dan koreksi elevasi permukaan bebas. Kecepatan horizontal diperoleh dengan mensubstitusikan gelombang amplitudo kecil yang periodic ke dalam persamaan kontinuitas dengan anggapan kedalaman konstan hanya pada batas tersebut. Pada batas gelombang pergi, model numeric dan data laboratorium memberikan selisih hasil yang relative kecil.

Dalam model ini, *numerical scheme*, yang diperkenalkan oleh Wei and Kirby (1995), digunakan sebagai pengganti *the Crank-Nicholson numerical scheme* yang dipakai pada model sebelumnya oleh Nwogu (1993). *The Sommerfeld radiation condition* dipakai dalam batas gelombang pergi sebagai pengganti formula yang dikenalkan oleh Engquist and Majda (1997), yang digunakan dalam model sebelumnya oleh Wei and Kirby (1995).

7. SARAN

Untuk penelitian yang akan datang, penulis menyarankan untuk mengembangkan model numeric gelombang Boussinesq dua dimensi horizontal. Dengan model yang akan datang ini, dapat mensimulasikan refraksi gelombang yang tidak dapat dilakukan oleh model gelombang satu dimensi horizontal.

8. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan terima kasih kepada Lembaga Penelitian Universitas Andalas Padang yang telah memberikan bantuan dana penelitian ini.

9. DAFTAR PUSTAKA

- Abbott, M.B., Petersen, H.M. and Skovgaard, O., 1978. On the numerical modelling of short waves in shallow water. *J. Hydraulic Research* **16**(3), 173-204.
- Borsboom, M., Doorn, N., Groeneweg, J. and Van Gent, M., 2000. A Boussinesq-type wave model that conserves both mass and momentum. *Intl. Conf. Coastal Eng.* (full paper not yet available), Sydney.
- Boussinesq, J., 1872. Théorie des ondes et des rous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communi quant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond. *J. Math. Pures Appl. 2nd Series* **17**, 55-108.
- Madsen, P.A. and Schäffer, H.A., 1998. Higher-order Boussinesq-type equations for surface gravity waves: derivation and analysis. *Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A* **356**, 3123-3184.
- Nwogu, O., 1993. Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation. *J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng. ASCE* **119**(6), 618-638.
- Peregrine, D.H., 1967. Long waves on a beach. *J. Fluid Mechanics* **27**(4), 815-827.
- Schäffer, H.A. and Madsen, P.A., 1995. Further enhancements of Boussinesq-type equations. *Coastal Engineering* **26**, 1-14.
- Wei, G. and Kirby, J.T., 1995. Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations. *J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng. ASCE* **121**(5), 251-261.