

**SIFAT – SIFAT ORTOGONALITAS
DI RUANG BERNORM**

Tesis

Oleh:

**MISTETI
06215045**



**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008**

Sifat – Sifat Ortogonalitas Di Ruang Bernorm

Oleh: Misteti

(Di bawah bimbingan Muhafzan, Ph.D dan Jenizon, M.Si)

RINGKASAN

Ortogonalitas merupakan salah satu konsep penting di ruang hasil kali dalam, yang dapat dikembangkan di ruang bernorm, yang secara umum bukan merupakan ruang hasil kali dalam. Pada ruang hasil kali dalam dua vektor dikatakan ortogonal jika hasil kali dalamnya sama dengan nol (0).

Ortogonalitas terbagi 3 yaitu:

1. Ortogonalitas pythagoras.
2. Ortogonalitas isoceles
3. Ortogonalitas birkhoff-james

Sifat-sifat ortogonalitas yang berlaku di ruang hasil kali dalam yang juga berlaku di ruang bernorm, yaitu : Sifat nondegenerasi, simetri, homogenitas dan kontinu.

Di ruang bernorm yang bukan merupakan ruang hasil kali dalam, ortogonalitas yang satu tidak mengakibatkan ortogonalitas yang lain.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Ortogonalitas merupakan salah satu konsep penting di ruang hasil kali dalam. Di ruang hasil kali dalam $(X, \langle \cdot, \cdot \rangle)$, dua vektor x dan y dikatakan ortogonal, ditulis $x \perp y$, jika dan hanya jika $\langle x, y \rangle = 0$.

Misalkan $(X, \| \cdot \|)$ ruang bernorm. Telah diketahui bahwa tidak setiap ruang bernorm merupakan ruang hasil kali dalam. Sebagai contoh, ruang $\ell^p(\mathbb{R})$, $1 \leq p < \infty$ yang beranggotakan semua barisan bilangan riil $x = (x_i)$ dengan

$\sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^p < \infty$ merupakan ruang bernorm dengan norm $\|x\|_p := \left[\sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^p \right]^{1/p}$,

tetapi bukan merupakan ruang hasil kali dalam, kecuali untuk $p = 2$. (Gunawan, 2005)

Dalam tesis ini akan diselidiki beberapa sifat orthogonalitas antara dua vektor yang berlaku di ruang bernorm, yang secara umum bukan merupakan ruang hasil kali dalam. Tentu saja tidak semua sifat orthogonalitas yang berlaku di ruang hasil kali dalam akan berlaku pula di ruang bernorm. Karena itu sifat-sifat orthogonalitas yang masih tetap berlaku di ruang bernorm akan dikaji.

1.2. Rumusan Masalah

Dalam penelitian ini akan dikaji beberapa sifat ortogonalitas pada ruang hasil kali dalam yang masih berlaku di ruang bernorm, khususnya sifat-sifat yang akan dikaji tersebut adalah sebagai berikut:

1. Nondegenerasi; yaitu jika $x \perp x$, maka $x = 0$
2. Simetri; yaitu jika $x \perp y$, maka $y \perp x$.
3. Homogenitas; yaitu jika $x \perp y$, maka $\alpha x \perp \beta y$ untuk setiap skalar α, β .
4. Kontinuitas; yaitu jika $x_n \rightarrow x, y_n \rightarrow y$ (dalam norm) dan $x_n \perp y_n$ untuk setiap n , maka $x \perp y$.

Untuk pembahasan ini, $(X, \|\cdot\|)$ menyatakan ruang bernorm atas lapangan riil.

1.3. Manfaat penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan terhadap perkembangan ilmu pengetahuan dan untuk menambah ilmu tentang ortogonalitas khususnya tentang beberapa sifat ortogonalitas di ruang bernorm.

1.4. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mempelajari lebih lanjut tentang beberapa sifat ortogonalitas di ruang bernorm.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

1. Tidak semua sifat ortogonalitas yang berlaku di ruang hasil kali dalam, juga berlaku di ruang bernorm.
2. Ortogonalitas bergantung pada pemilihan hasil kali dalam. Dua vektor dapat ortogonalitas terhadap satu hasil kali dalam tetapi tidak ortogonal terhadap hasil kali dalam yang lain.
3. Ortogonalitas-P memenuhi sifat nondegenerasi, simetri dan kontinuitas.
4. Ortogonalitas-I memenuhi sifat nondegenerasi, simetri dan kontinuitas.
5. Ortogonalitas-BJ memenuhi sifat nondegenerasi, homogenitas dan kontinuitas.

5.2 Saran

Selain dari sifat-sifat ortogonalitas yang berlaku di ruang hasil kali dalam yang juga berlaku di ruang norm yang sudah dibahas, masih adalagi sifat-sifat yang lainnya, untuk itu pembaca dapat membahasnya lebih lanjut.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. 1999. **Elementary Linear Algebra**. Edisi VII, USA.
- Anton, H. 1991. **Aljabar Linier Elementer**, edisi V. Erlangga. Jakarta.
- Anton, H, Rorres, C. 2004. **Aljabar Linier Elementer Edisi VIII**. Erlangga. Jakarta.
- Arifin, A. 1985. **Aljabar Linier**. ITB. Bandung
- Bartle, G R. 1964. **The Elements of Real Analysis**, edisi II, Amerika.
- Gunawan, H, Nursupiamin, dan Kikianty, E. 2005. **Beberapa Konsep Ortogonalitas Di Ruang Norm**. Final Draft, 1 Desember 2005.
- Jacob, B.1990. **Linier Algebra**. W. H. Freeman and Company. New York.
- Lang, S. 1991. **Linear Algebra**. Edisi III. USA.
- Leon, J, S. 1998. **Aljabar Linier dan Aplikasinya**, Edisi V, Erlangga. Jakarta
- Nable B, David. W. J. 1977. **Applied Linear Algebra**. Edisi II. Prentice-Hall, INC.