

**APLIKASI METODE CUTTING PLANE UNTUK  
MENYELESAIKAN MASALAH PERENCANAAN LINIER  
MIXED INTEGER**



**TESIS**

Oleh:  
**RESTU PUJIASTUTI**  
06 215 103



**PROGRAM PASCASARJANA  
UNIVERSITAS ANDALAS  
2008**



Aplikasi Metode *Cutting Plane* Untuk Menyelesaikan  
Masalah Perencanaan Linier Mixed Integer

Oleh : Restu Pujiastuti

(Dibawah bimbingan Dr.Muhafzan, M.Si dan Nova Noliza Bakar, M.Si)

RINGKASAN

Suatu permasalahan perencanaan linier biasanya menuntut solusi yang optimum agar diperoleh kondisi optimal yang diinginkan. Biasanya suatu permasalahan perencanaan linier menginginkan variabel keputusannya berupa *integer*, agar jawaban menjadi realistik.

*Integer Linear Programming* adalah bentuk lain dari program linier dengan variabel-variabel keputusannya bertipe *integer* atau *mixed integer*.

Terdapat dua metode dalam menyelesaikan masalah *integer linear programming*. Metode itu adalah :

1. Metode *Cutting Plane*.
2. Metode *Branch and Bound*.

Tujuan dari penelitian ini adalah, jika diberikan masalah perencanaan linier maksimumkan

$$z = c^T x$$

dengan kendala

$$Ax \leq b, \quad x \geq 0$$

dengan :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \text{ dan } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Bagaimana menyelesaikan permasalahan di atas yang variabel keputusannya merupakan *mixed integer*, dengan menggunakan metode *Cutting Plane*.

Untuk mencapai tujuan ini, beberapa tinjauan pustaka yang berkaitan dengan permasalahan perencanaan linier *mixed integer*, seperti sistem persamaan linier, matriks, eliminasi Gauss Jordan, masalah perencanaan linier, metode simpleks, masalah perencanaan linier *integer* dan metode *Cutting Plane*.

Dari hasil penelitian diperoleh kesimpulan bahwa metode *Cutting Plane* dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah perencanaan linier *mixed integer* dengan menambahkan pemotongan campuran (*mixed cut*).

$$c_k = \sum_{i=1}^m \alpha_{ki} x_{n+i} + \frac{f_k}{f_k - 1} \sum_{i=1}^n \alpha_{ni} x_{n+i} - f_k, \quad c_k \geq 0$$

## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang Masalah

Suatu permasalahan perencanaan linier biasanya menuntut solusi yang optimum agar diperoleh kondisi optimal yang diinginkan. Salah satu model untuk merepresentasikan permasalahan tersebut adalah dengan menggunakan program linier (*linear programming*). Biasanya suatu permasalahan perencanaan linier menginginkan nilai variabel keputusannya berupa *integer*, agar jawaban persoalan menjadi realistik. Misalnya, jika variabel keputusan yang dihadapi berkaitan dengan jumlah orang, mesin-mesin, kendaraan dan lain-lain, akan terasa janggal jika untuk menyelesaikan pekerjaan tertentu diperlukan 3,5 mesin dan 7,5 orang, sebaliknya jika pekerjaan itu memerlukan 4 atau 5 mesin dan 8 orang, maka keputusan akan terasa realistik dan lebih mudah.

*Integer programming* adalah suatu bentuk lain dari program linier (*linear programming*) di mana variabel-variabel keputusannya bertipe *integer* atau *mixed integer*. Sedangkan *non-integer programming* adalah suatu program linier dengan variabel-variabel keputusan bertipe *non-integer* (Aprilia,2005).

*Integer programming* dapat dipergunakan untuk permasalahan *integer linear programming* dan *integer non-linear programming*. *Integer linear programming* adalah *integer programming* dengan fungsi tujuan dan kendala berupa pertidaksamaan linier sedangkan *integer non-linear programming* adalah *integer programming* dengan fungsi tujuan dan kendala berupa pertidaksamaan non-linier.

Permasalahan *integer linear programming* mencakup permasalahan semua *integer*, *mixed integer* dan permasalahan *zero one*. Permasalahan semua *integer* adalah permasalahan *integer linear programming* dengan semua variabel keputusan dan

kendala dibatasi berupa bilangan *integer*. Permasalahan *mixed integer* adalah permasalahan *integer linear programming* dengan kendala dibatasi bilangan *integer* dan sebagian variabel keputusan merupakan bilangan *integer*. Sedangkan permasalahan *zero one* adalah permasalahan *integer linear programming* dengan variabel keputusan satu dan nol.

Terdapat dua metode untuk menyelesaikan masalah *integer linear programming*. Dengan metode ini nanti akan dibuat batasan-batasan khusus yang akan memaksa pemecahan optimum dari masalah program linier untuk bergerak ke arah pemecahan *integer* atau *mixed integer* yang diinginkan. Metode itu adalah:

1. Metode *Cutting Plane*.

2. Metode *Branch and Bound*.

Dalam metode *Cutting Plane* dibuat kendala tambahan yang memotong daerah penyelesaian yang layak dari persoalan masalah *integer* atau *mixed integer*, sehingga dapat mengeliminasi penyelesaian yang bukan *integer*. Proses pemotongan pada daerah penyelesaian yang layak ini terus berlangsung sehingga diperoleh penyelesaian yang diinginkan. Sedangkan dalam metode *Branch and Bound* penyelesaian *integer* atau *mixed integer* diperoleh dengan melakukan pencabangan pada penyelesaian yang bukan *integer* sehingga didapatkan batas bawah atau batas atas yang optimal dari suatu permasalahan perencanaan *integer*.

## 1.2 Perumusan Masalah

Diberikan masalah perencanaan linier *integer* sebagai berikut:  
maksimumkan

$$z = \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

dengan kendala

$$Ax \leq b, x \geq 0,$$

dengan :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \text{ dan } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Bagaimana menyelesaikan permasalahan di atas yang variabel keputusannya merupakan *mixed integer*, dengan menggunakan metode *Cutting Plane*.

### 1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan nilai optimal dari suatu fungsi objektif dalam program linier dengan variabel keputusan bernilai *mixed integer* dengan menggunakan metode *Cutting Plane*.

### 1.4 Manfaat Penelitian

Penulisan ini diharapkan dapat memberikan sumbangan pengetahuan baik kepada penulis sendiri maupun bagi pembaca dalam menyelesaikan masalah perencanaan linier *mixed integer* dengan menggunakan metode *Cutting Plane*.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan diatas dapat disimpulkan bahwa metode *Cutting Plane* dapat digunakan untuk menentukan penyelesaian optimal dalam masalah perencanaan linier *mixed integer* dengan membuat pembatas yang memotong daerah penyelesaian layak, sehingga penyelesaian untuk masalah ini menjadi *mixed integer*.

Untuk masalah dengan variabel yang cukup banyak, tabel simpleks bertambah panjang dan lebar, tetapi jumlah maksimum kendala tambahan tidak melebihi jumlah semua variabel asli ( $n + m$ ) dengan  $n$  banyak variabel dan  $m$  banyak persamaan.

#### 5.2 Saran

Adapun saran yang dikemukakan sehubungan dengan penelitian ini adalah : Penggunaan metode *Cutting Plane* dalam menyelesaikan masalah perencanaan linier *mixed integer* membutuhkan waktu yang panjang, maka diharapkan penelitian selanjutnya dapat menggunakan metode lain dalam menyelesaikan masalah perencanaan linier *mixed integer* untuk mengefisienkan waktu dalam menentukan penyelesaian optimal.

## DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H.** 1987. Elementary Linear Algebra. Fifth Edition. Anton Textbooks Inc. New York.
- Aprilia, S.** 2005. Aplikasi algoritma Branch and Bound untuk menyelesaikan Integer Programming. Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi , Departemen Teknik Informatika ITB.
- Bronson, R.** 1996. Teori dan Soal-soal Operations Research. Erlangga Jakarta.
- Dimyati,T.T., dan Dimyati,A.**1994. Operation Research Model-model Pengambilan Keputusan. Sinar Baru Algensindo. Bandung
- Friedberg,S.H., and Insel A** 1986. Introduction to Linear Algebra with Applications. Prentice-Hall, New Jersey
- Leon, S.J.** 1998. Aljabar Linier dan Aplikasinya. Edisi kelima. Penerbit Erlangga Jakarta.
- Noble, B.** 1988. Applied Linear Algebra. Third Edition. Prentice-Hall, New Jersey.
- Pedregal, P.** 2004. Introduction to Optimization. Springer-Verlag New York, Inc. New York.
- Purcell, E.J.** 1993. Kalkulus dan Geometri Analitis. Edisi Keempat. Erlangga, Jakarta
- Rao, S.S.** 1995. Optimization Theory and Applications. New Age International (P) Publishers, New Delhi
- Simarmata,A.**1985. Operations Research Sebuah Pengantar Teknik-teknik Optimasi kuantitatif dan Sistem-sistem Operasional Gramedia. Jakarta.
- Strang, G.** 1976. Linear Algebra and Its Application. The Publisher, USA.
- Supranto, J.** 2006. Riset Operasi Untuk Pengambilan Keputusan. Edisi Revisi. Universitas Indonesia. Jakarta.
- Taha, H.A** 2005. Riset Operasi Suatu Pengantar. Edisi Kelima Binarupa Aksara. Jakarta.

MAULIK  
UPT PERPUSTAKAAN  
UNIVERSITAS ANDALAS