GENERAL LINIER GRUP ATAS R

T E S I S

Oleh :

JON AFRIZAL

06215129

PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2009

GENERAL LINIER GRUP ATAS R

OLEH : JON AFRIZAL

(Dibawah bimbingan Dr I made Arnawa dan Haripamyu, M.Si)

RINGKASAN

Teori grup dalam aljabar abstrak adalah salah satu materi yang mempelajari tentang struktur aljabar suatu himpunan. Himpunan tak kosong G disebut grup jika G berama suatu operasi " * " memenuhi sifat tertutup, assosiatif, terdapat unsur identitas di G dan untuk setiap unsur di G terdapat unsur inversnya.

Matriks adalah suatu himpunan yang tidak kosong yang sering digunakan dalam ilmu matematika.

Sehubungan dengan hal ini penulis tertarik untuk melakukan kajian dalam membuktikan bahwa General Linier Grup atas R adalah merupakan sebuah grup kemudian menentukan center, centralizer dan juga sub grup normalnya.

Penelitian ini dilakukan dengan metode studi literatur dilaksanakan mulai bulan Agustus sampai dengan Nopember 2008 di Perpustakaan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas Padang.

Didalam penelitian ini dilakukan pembahasan dan dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

Himpunan matriks GL (2, R) = $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} a,b,c,d, \in R,\ ad - bc \neq 0 \right\}$

Dengan operasi perkalian memenuhi sifat :

- Ketertutupan
- Assosiatif
- Identitas = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Invers = $\begin{bmatrix} \dfrac{d}{ad-bc} & \dfrac{-b}{ad-bc} \\ \dfrac{-c}{ad-bc} & \dfrac{a}{ad-bc} \end{bmatrix}$

Maka terbukti matriks GL (2, R) adalah Grup

SL (2, R) = $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \middle| a,b,c,d, \in R,\ ad-bc=1 \right\}$, maka SL (2, R) subgrup dari GL (2. R).

Center dari GL (2, R) = Z(GL (2, R)) = $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \middle| \text{a} \neq 0, \text{a} \in \text{R} \right\}$

Jika K = SL (2, R) untuk sebarang matriks $A,B \in$ GL (2, R) koset AK = BK jika dan hanya jika det (A) = det (B).

Z (GL (2, R)) adalah sub grup normal

SL (2, R) = $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \middle| a,b,c,d \in R,\ ad-bc=1 \right\}$

Adalah sub grup normal dalam GL (2, R)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori grup dalam aljabar abstrak adalah salah satu materi yang mempelajari tentang struktur aljabar suatu himpunan. Himpunan tak kosong G disebut grup jika G bersama suatu operasi biner "$*$" memenuhi sifat tertutup, asosiatif, terdapat unsur identitas di G dan untuk setiap unsur di G terdapat unsur inversnya (Erlich 1991). Jika H merupakan bagian dari G dan G suatu grup, H dikatakan subgrup jika H juga memenuhi sifat grup (Herstein 1975).

Center dari grup G dilambangkan dengan Z (H) (Gallian, 1998). Jika $(G, *)$ grup dan $a \in G$, maka centralizer dari a dilambangkan dengan $c(a)$ didefinisikan sebagai $c(a) = \{g \in G \,/\, g * a = a * g\}$ (Gallian, 1998).

Misalkan $(G, *)$ suatu grup, H suatu subgrup dari G dan $a \in G$ himpunan $a * H = \{a * h: h \in H\}$ dan $H * a = \{h * a: h \in H\}$ masing masing disebut koset kiri dan koset kanan dari H di G. Untuk setiap grup G terdapat suatu subgrup H di G sehingga $a * H = H * a$. Sub grup seperti ini disebut subgrup normal (Hertein, 1975). Selanjutnya, Herstein (1975) memberikan beberapa lemma dalam memeriksa apakah suatu subgrup merupakan subgrup normal atau tidak.

Beberapa contoh grup adalah himpunan matrik dengan entri-entrinya bilangan riil terhadap operasi penjumlahan, dan himpunan matrik dengan entri - entrinya bilangan bulat modulo n (Gallian, 1998).

Karena itu, untuk lebih memahami tentang konsep grup penulis mencoba meneliti himpunan matrik ukuran 2×2 dengan entri-entrinya bilangan riil yang dapat dibalik terhadap operasi perkalan.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah membuktikan bahwa himpunan matrik ukuran 2×2 dengan entri-entrinya bilangan riil yang dapat dibalik merupakan grup terhadap operasi perkalan, Kemudian menentukan subgrup, center, centralizer, koset dan subgrup normal.

1.3 Manfaat Penulisan

Hasil penulisan ini diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih tentang grup, terutama General Linier Grup Atas R bagi penulis, dan diharapkan juga dapat menambah ilmu untuk diterapkan di sekolah dan bisa menambah khasanah ilmu tentang teori grup khususnya General Linier Grup Atas R.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan pokok dari penelitian ini adalah untuk mempelajari sifat-sifat yang belaku pada General Linier Grup Atas R

BAB V

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan pada BAB IV, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

1. (GL (2, R) = $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & c \end{bmatrix}, a,b,c,d \in \mathrm{R}, \text{ad, b,} \neq 0 \right\}$, adalah grup

2. Center dari GL(2, R) adalah Z (GL(2, R)) = $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} a \neq 0, a \in \mathrm{R} \right\}$

3. Z (GL (2,R) $\subseteq$ C $\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)$ dan

   Z (GL (2,R) $\subseteq$ C $\left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)$

4. SL(2, R) merupakan subgrup normal dalam GL (2, R)

DAFTAR PUSTAKA

Arifin. 2000. *Aljabar*. ITB, Bandung

Erlich, 1991. *Fundamental Concept Abstrac Algebra*. PWS – Kent Publishing Company, Boston

Fraleigh, J.B. 1994. A. *First Course in Abstract Algebra*. Addison – Wesley Publishing Company, New York

Gallian, J. 1998. *Contemporary Abstract Algebra*. New York: Hougthon Mifflin Company

Herstein, I.N 1975. *Topics in Algebra 2nd edition.* New York : John Wiley & Sons

Anton. H. 1998, *Aljabar Linier Elementer*, Erlangga, Jakarta