

**PENENTUAN BANYAKNYA GRAF
SEDERHANA YANG TIDAK ISOMORFIS
DENGAN TEOREMA POLYA**

TESIS

Oleh:

**NEFIYONDRA
06215027**



**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008**

Penentuan Banyaknya Graf Sederhana Yang Tidak Isomorfis Dengan Teorema Polya

Oleh: Nefiyondra

(Di bawah bimbingan Dr. Susila Bahri, MSc dan Narwen, MSi)

RINGKASAN

Salah satu masalah pokok dalam Teori Graf adalah masalah enumerasi, yaitu masalah yang berhubungan dengan penghitungan atau pencacahan graf.

Dalam tulisannya Santosa R.G (2003) menentukan banyaknya graf sederhana yang dapat dibentuk dari 4 titik, sedangkan Alfajri (2007), menentukan banyaknya graf sederhana dari 5 titik. Oleh karena penelitian tersebut hanya meneliti sampai 5 titik, maka penulis akan melanjutkannya sampai 6 titik.

Tujuan penelitian adalah untuk menunjukkan penggunaan Teorema Polya I dan Teorema Polya II pada enumerasi graf sederhana.

Penelitian ini dilaksanakan dari bulan Januari hingga bulan Mei 2008, di Jurusan Matematika Universitas Andalas Padang.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah :

1. Menentukan indeks siklik S_6 .
2. Menentukan indeks siklik R_6 .
3. Penggunaan Teorema Polya I.
4. Penggunaan Teorema Polya II.

Dengan menggunakan Teorema Polya I, untuk $n = 6$ dapat dibentuk 156 buah graf sederhana yang tidak isomorfis satu sama lain. Selanjutnya dengan

menggunakan Teorema Polya II dapat diketahui bahwa dari 156 buah graf tersebut terdiri dari graf sederhana yang saling tidak isomorfis sebanyak:

1 graf tanpa sisi	24 graf dengan 8 sisi
1 graf dengan 1 sisi	21 graf dengan 9 sisi
2 graf dengan 2 sisi	15 graf dengan 10 sisi
5 graf dengan 3 sisi	9 graf dengan 11 sisi
9 graf dengan 4 sisi	5 graf dengan 12 sisi
15 graf dengan 5 sisi	2 graf dengan 13 sisi
21 graf dengan 6 sisi	1 graf dengan 14 sisi
24 graf dengan 7 sisi	1 graf dengan 15 sisi.

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa :

1. Teorema Polya I dapat kita gunakan untuk menghitung banyaknya graf sederhana yang terdiri dari n buah titik yang tidak isomorfis satu sama lain.
2. Teorema Polya II dapat kita gunakan untuk menghitung banyaknya graf sederhana yang terdiri dari n buah titik dan k buah sisi (*edge*) serta tidak isomorfis satu sama lain.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang matematika yang cukup penting karena memiliki segi penerapan di berbagai bidang ilmu seperti fisika, kimia, biologi, ilmu komunikasi, komputer, arsitektur dan ekonomi.

Menurut R.J Wilson dan J.J Watkins ada empat masalah pokok dalam teori graf. Pertama masalah eksistensi, yaitu masalah yang berhubungan dengan ada tidaknya atau mungkin tidaknya membangun suatu graf dari persoalan yang ada. Kedua masalah konstruksi, yaitu masalah yang berhubungan dengan pembentukan atau pengadaan suatu graf. Ketiga masalah optimasi, yaitu masalah yang berhubungan dengan keputusan yang terbaik, terdekat, terkecil dan sebagainya. Keempat masalah enumerasi, yaitu masalah yang berhubungan dengan penghitungan atau pencacahan. Atau masalah yang berhubungan dengan pertanyaan "Berapa banyak graf seperti itu? Bagaimana menghitungnya?"

Menurut Santosa R.G (2003), masalah enumerasi graf dapat diselesaikan dengan Teorema Polya I dan Teorema Polya II. Teorema Polya I digunakan untuk menghitung banyaknya graf sederhana yang tidak isomorfis yang dapat dibentuk dari n buah titik, sedangkan Teorema Polya II dapat digunakan untuk menghitung banyaknya graf sederhana yang terdiri dari n buah titik dan k buah garis yang saling tidak isomorfis.

Dalam tulisannya Santosa R.G (2003) menentukan banyaknya graf sederhana yang dapat dibentuk dari 4 titik, sedangkan Alfajri (2007), menentukan banyaknya graf sederhana dari 5 titik. Oleh karena penelitian tersebut hanya meneliti sampai 5 titik, maka penulis akan melanjutkannya sampai 6 titik.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, yang menjadi masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana mengaplikasikan Teorema Polya I dan Teorema Polya II dalam menentukan banyaknya graf sederhana yang tidak isomorfis antara satu dengan yang lainnya yang terbentuk dari 6 titik.

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk menunjukkan penggunaan Teorema Polya I dan II pada enumerasi graf sederhana.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat :

1. Menambah wawasan dan ilmu pengetahuan khususnya bagi peneliti tentang Teorema Polya dan masalah enumerasi graf.
2. Sebagai bahan masukan bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian ini.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari pembahasan pada bab sebelumnya, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Teorema Polya I dapat kita gunakan untuk menghitung banyaknya graf sederhana yang terdiri dari n buah titik yang tidak isomorfis satu sama lain.

Dengan menggunakan Teorema Polya I, untuk $n = 6$, dapat dibentuk 156 buah graf sederhana yang tidak isomorfis satu sama lain.

2. Teorema Polya II dapat kita gunakan untuk menghitung banyaknya graf sederhana yang terdiri dari n buah titik dan k buah sisi (*edge*) serta tidak isomorfis satu sama lain.

Dengan menggunakan Teorema Polya II, dari 6 buah titik akan dapat dibentuk graf sederhana yang saling tidak isomorfis sebanyak:

1 graf tanpa sisi	21 graf dengan 6 sisi
1 graf dengan 1 sisi	24 graf dengan 7 sisi
2 graf dengan 2 sisi	24 graf dengan 8 sisi
5 graf dengan 3 sisi	21 graf dengan 9 sisi
9 graf dengan 4 sisi	15 graf dengan 10 sisi
15 graf dengan 5 sisi	9 graf dengan 11 sisi
5 graf dengan 12 sisi	1 graf dengan 14 sisi
2 graf dengan 13 sisi	1 graf dengan 15 sisi.

5.2 Saran

Agar penelitian ini lebih mudah diaplikasikan untuk sebarang n titik, maka untuk penelitian selanjutnya disarankan agar membuat dan menggunakan sebuah program komputer dalam menentukan semua permutasi dari himpunan yang anggotanya n titik.

DAFTAR PUSTAKA

- Achmad, A. 2000. *Aljabar*. ITB Bandung
- Alfajri. 2007. Skripsi S1. *Penggunaan Teorema Polya Dalam Menentukan Banyaknya Graf Sederhana Yang Tidak Isomorfis Pada Graf K_5* . Tidak diterbitkan
- Balakrishnan V.k. 1995. *Schaum's Outline of Theory and Problems of Combinatorics*. McGraw Hill Inc.
- Diestel, R. 2005. *Graph Theory : Elektronik Edition 2005*, Springer-Verlag Heidelberg.
- Garnier,R and Taylor,J. 2002. *Discrete Mathematics for New Technology*. University of Brighton,UK. Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia.
- Harary, F. 1968. *Graph Theory*. Addison- Wesley Publishing Company. Philippines
- John, B F. 1994. *A First Course in Abstract Algebra*. Addison- Wesley Publishing Company. United States of America.
- Karl J, S. 2001. *The Nature of Mathematics*. Santa Rosa Junior College
- Ledermann, W. 1964. *Introduction to the Theory of Finite Groups*. Oliver and Boyd, Edinburgh and London. New York : Interscience Publishers,Inc.
- Munir, R. 2005. *Matematika diskrit Edisi Ketiga*. Informatika, Bandung.
- Santosa, R.G. 2003. *Aplikasi Teorema Polya pada Enumerasi Graf Sederhana*. <http://www.ukdw.ac.id>. Diakses pada tanggal 5 oktober 2007.
- Wilson R.J.& Watkins J.J.1990. *"Graphs An Introductory Approach"*. John Wiley & Sons Inc.