MENENTUKAN AKAR-AKAR POLINOMIAL KUARTIK DENGAN MENGGUNAKAN METODA RESOLVENT KUBIK

TESIS

OLEH:

ASNAWETI
06215049

PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008

MENENTUKAN AKAR-AKAR POLINOMIAL KUARTIK DENGAN MENGGUNAKAN METODA RESOLVENT KUBIK

(Dibawah bimbingan Muhafzan dan Jenizon)

RINGKASAN

Bentuk umum polinomial dalam z berderajat n adalah:

P(z) = $a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0, a_n \neq 0$

Jika n=4 maka polinomial berderajat 4 dan dapat ditulis dalam bentuk

P(z) = $a_4 z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0$, dengan $a_4 \neq 0$ disebut polinomial kuartik

Untuk menentukan akar-akar polinomial kuartik $a_4 z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0 = 0$, dengan $a_4 \neq 0$, metoda yang paling dikenal adalah metoda horner. Tesis ini menyajikan suatu metoda alternative untuk menentukan akar-akar polinomial kuartik. Metoda tersebut disebut sebagai metoda resolventk kubik

Diberikan polinomial kuartik $P(z)$ = $z^4 + a_1 z^3 + a_2 z^2 + a_3 z + a_4$, dengan mensubsitusikan z = x-$\frac{1}{4}a_1$, maka polinomial $P(z)$ dapat di tulis menjadi

$\widetilde{P}$(z) = x^4 + px^2 + qx + r, dimana p, q, r adalah koefisien dari $\widetilde{P}(x)$ misalkan x_1, x_2, x_3 dan x_4 akar-akar dari $\widetilde{P}(x)$

Maka $\widetilde{P}(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$

Misalkan :

α = $(x_1 - x_2)(x_3 - x_4) = -(x_1 - x_2)^2$

β = $(x_1 - x_3)(x_2 - x_4) = -(x_1 - x_3)^2$

γ = $(x_1 - x_4)(x_2 - x_3) = -(x_2 - x_3)^2$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Polinomial merupakan salah satu pokok bahasan yang penting dalam matematika dan ilmu lainnya.

Bentuk umum polinomial berderajat n dalam z adalah sebagai berikut

$$P(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0, a_n \neq 0,$$

dimana $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_1, a_0$ adalah konstanta berupa bilangan real (Swokowski,1978).

Jika n = 1 maka polinomial dikatakan berderajat 1 dan dapat ditulis dalam bentuk P(z) = $a_1 z + a_0$. Jika n = 2 maka polinomial dikatakan berderajat 2 dan dapat ditulis dalam bentuk $P(z) = a_2 z^2 + a_1 z + a_0, a_2 \neq 0$. Jika n = 3 maka polinomial dikatakan berderajat 3 dan dapat ditulis dalam bentuk

$P(z) = a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0, a_3 \neq 0$, Jika n = 4 maka polinomial dikatakan berderajat 4 dan dapat ditulis dalam bentuk $P(z) = a_4 z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0, a_4 \neq 0$, disebut polinomial kuartik.

Ada beberapa cara yang sering digunakan untuk menentukan akar dari polinomial. Untuk polinomial kuadratik dengan bentuk $az^2 + bz + c = 0$ dapat diselesaikan dengan cara menggunakan rumus yang dikenal denga rumus " abc ", yaitu : $z_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (Shifrin , 1996)

Polinomial kubik dengan bentuk $az^3 + bz^2 + cz + d = 0$ dapat ditentukan akar-akarnya dengan menggunakan formula Cardano (Anonymous, 2007)

Untuk menentukan akar–akar polynomial kuartik $a_4z^4 + a_3z^3 + a_2z^2 + a_1z + a_0 = 0$ dengan $a_4 \neq 0$, metoda yang paling dikenal dan paling banyak digunakan adalah metoda Horner dan metoda numerik.

Dalam tesis ini penulis akan mempelajari suatu metoda alternatif yang dikenal sebagai metoda resolvent kubik. Metoda ini digunakan oleh (Faucette, 1994) untuk menginterpretasikan polinomial kuartik.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang maka permasalahan yang akan dikaji adalah:

Bagaimanakah penyelesaian polinomial kuartik dengan menggunakan metoda " *resolvent kubik* "

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk:

Untuk menelaah bagaimana proses penyelesaian polinomial kuartik umum dengan metoda" *resolvent kubik* "

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah:

1. Menambah wawasan penulis tentang teori polinomial kuartik umum.

2. Memberi informasi dan masukan bagi pembaca tentang polinomial kuartik umum.
3. Menjadikan bahan masukan bagi peneliti berikutnya dalam mengembangkan dan memperluas hasil cakupannya.

BAB V

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

Untuk menentukan akar–akar polinomial kuartik

$P(z) = z^4 + a_1 z^3 + a_2 z^2 + a_3 z + a_4$ dengan metoda resolvent kubik

1. Mensubsitusikan $z = x - \frac{1}{4}a_1$ maka terbentuk

   $\widetilde{P}(x) = x^4 + p\,x^2 + qx + r$

2. $h = z^3 - 2pz^2 + (p - 4r)z + q^2$ merupakan resolvent kubik dari $\widetilde{P}(x)$

3. α , β dan γ merupakan akar-akar dari resolvent kubik

4. x_1, x_2, x_3 dan x_4 merupakan akar-akar dari $\widetilde{P}(x)$

5. z_1, z_2, z_3 dan z_4 merupakan akar-akar dari $P(z)$

DAFTAR PUSTAKA

Anonymous , (2007).*Cubic Equation*. Wikipedia

Anonymous , (2007) . *Formula Quartik.* . Algebra.

Bartle, R.G. dan Sherbert, D.R.(2000). *Introduction to Real Analysis*, Third Edition: John Wiley dan Sons , Inc.

Herstein , I N (1975) . Topics in algebra. Newyork ; Jonh Willey dan Sons.

Hazenwinkel , M (1995) Encyclopedia of Matematics volume 2 , Singapore : Klumer Academic Publisher.

http : // 160.10.56.251 / Galois.pdf

Shifrin , T (1996) *Abstrack Algebra* : A Geometry Approach. New Jersey : Prentice Hall , Inc.

Swokowski, E, W (1978) Fundamental of college Algebra Boston massachusets: Prinde, Weber & Schmidt, Inc.