

PENGUJIAN BILANGAN PRIMA

TESIS

**Oleh :
BENZUHERI
06215026**



**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008**

Pengujian Bilangan Prima

Oleh : Benzuhari

(Dibawah bimbingan Muhafzan, Ph.D dan Nova Noliza Bakar, M.Si)

RINGKASAN

Bilangan prima telah didefinisikan sebagai bilangan asli yang tepat hanya memiliki dua faktor, yaitu 1 dan dirinya sendiri. Sejalan dengan perkembangan bilangan prima, sejumlah usaha manusia untuk membuat "rumus" tentang bilangan prima telah dilakukan, diantaranya dengan membuat daftar bilangan prima. Karena pola kemunculan bilangan prima dalam barisan bilangan sampai saat ini masih ada yang belum dapat memahaminya, dibutuhkan suatu cara untuk mengetahui sebuah bilangan termasuk bilangan prima atau tidak, yang dikenal dengan pengujian bilangan prima.

Pernyataan masalah dalam penelitian ini adalah :

- a. Sifat - sifat apakah yang berlaku pada bilangan prima ?
- b. Bagaimanakah metode untuk menguji, apakah suatu bilangan merupakan bilangan prima atau tidak ?

Untuk mencapai tujuan penelitian ini dilakukan beberapa kajian sebagai berikut :

- a. Mengkaji tentang teori yang berhubungan dengan bilangan bulat.
- b. Menjelaskan tentang keterbagian pada bilangan bulat.
- c. Membuktikan teorema pada bilangan bulat
- d. Mengkaji beberapa teorema tentang bilangan prima.
- e. Membuktikan beberapa teorema tentang bilangan prima.

- f. Membahas tentang teorema yang berhubungan dengan sifat-sifat bilangan prima beserta contohnya.
- g. Membahas tentang pengujian bilangan prima beserta contohnya.

Teorema-teorema yang dibahas dalam penelitian sebagai berikut:

1. Jika p adalah bilangan prima dan p membagi ab ($p|ab$) maka $p|a$ atau $p|b$.
2. Jika p suatu bilangan prima dan $(a,p) = 1$ maka $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.
3. Jika p suatu bilangan prima, maka $a^p \equiv a \pmod{p}$ untuk setiap bilangan bulat a .
4. Jika p suatu bilangan prima maka $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$.
5. Jika terdapat suatu bilangan bulat a dimana $a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$ dan $a^{\frac{n-1}{p}} \not\equiv 1 \pmod{n}$, untuk semua bilangan prima p yang habis membagi $n-1$ maka n adalah bilangan prima.

Berdasarkan hasil kajian yang telah dilakukan, maka diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Sifat – sifat bilangan prima diungkapkan dalam bentuk teorema berikut :
 - a. Jika p adalah bilangan prima dan p membagi ab ($p|ab$) maka $p|a$ atau $p|b$.
 - b. Jika p suatu bilangan prima dan $(a,p) = 1$ maka $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.
 - c. Jika p suatu bilangan prima, maka $a^p \equiv a \pmod{p}$ untuk setiap bilangan bulat a .
 - d. Jika p suatu bilangan prima maka $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$.

2. Pengujian Bilangan Prima

Jika terdapat suatu bilangan bulat a dimana $a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$ dan $a^{\frac{n-1}{p}} \not\equiv 1 \pmod{n}$. Untuk semua bilangan prima p yang habis membagi $n-1$ maka n adalah bilangan prima.

Pengujian bilangan prima dari teorema Lucas sudah dapat mengurangi permasalahan untuk menentukan suatu bilangan adalah bilangan prima atau tidak.

BAB I PENDAHULUAN

I.1. Latar Belakang Masalah

Menurut sejarah matematika, kajian tentang bilangan prima telah dilakukan manusia sejak 6500 SM. Tulang Ishango yang ditemukan pada tahun 1960 (sekarang disimpan di musee d' Historie Naturelle di Brussels) membuktikan hal tersebut. Tulang Ishango memiliki salah satu baris takik yaitu 11, 13, 17, dan 19, yang merupakan bilangan - bilangan prima antara 10 hingga 20.

Bilangan prima telah didefinisikan sebagai bilangan asli yang tepat hanya memiliki dua faktor, yaitu 1 dan dirinya sendiri. Sejalan dengan perkembangan bilangan prima, sejumlah usaha manusia untuk membuat "rumus" tentang bilangan prima telah dilakukan, diantaranya dengan membuat daftar bilangan prima. Erastosthenes (240 SM) telah membuat proses yang terdiri atas langkah - langkah tertentu untuk membuat daftar bilangan prima, terkenal dengan sebutan Saringan Erastosthenes. Namun Saringan Erastosthenes tidak dapat secara memuaskan untuk menguji langsung suatu bilangan adalah bilangan prima atau bukan prima. Untuk bilangan - bilangan yang tidak begitu besar metode ini sangat baik untuk digunakan, tetapi untuk bilangan - bilangan yang besar, metode ini kurang baik digunakan, karena memerlukan daftar yang panjang dan pengerjaan yang cukup lama.

Semenjak zaman Euclid (300 SM) banyak usaha yang dilakukan untuk memperoleh suatu formula dalam menentukan bilangan prima, namun masih belum memuaskan. Formula yang telah dicoba antara lain; Euclid memberikan

rumus $f(n) = n^2 - n + 41$ adalah bilangan prima untuk setiap $n \in \mathbb{N}$. Tetapi sayangnya formula Euclid ini hanya berlaku sampai $n = 40$, karena untuk $n = 41$, maka $f(41) = 41^2 - 41 + 41 = 41^2$ yang berarti $f(n) = 41^2 = 1681$ bukan bilangan prima. Begitu juga formula lainnya, $f(n) = n^2 - 79n + 1601$ gagal juga menjadi formula bilangan prima karena $f(81) = 81^2 - 79.81 + 1601 = 1763$ menghasilkan bilangan prima yang kurang dari 80.

Lucas menemukan syarat perlu dan syarat cukup suatu bilangan adalah prima pada tahun 1870 dan Lehmer mengujinya pada tahun 1930. Karena pola kemunculan bilangan prima dalam barisan bilangan sampai saat ini masih ada yang belum dapat memahaminya, dibutuhkan suatu cara untuk mengetahui sebuah bilangan termasuk bilangan prima atau tidak, yang dikenal dengan pengujian bilangan prima.

I.2. Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, maka dirumuskan masalah sebagai berikut :

1. Sifat - sifat apakah yang berlaku pada bilangan prima ?
2. Bagaimanakah metode untuk menguji, apakah suatu bilangan merupakan bilangan prima atau tidak ?

I.3. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk :

1. Menelaah apa sifat - sifat yang ada pada bilangan prima.
2. Menentukan metode untuk menguji, apakah suatu bilangan merupakan bilangan prima atau tidak.

I.4. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan bermanfaat untuk :

1. Menambah wawasan bagi penulis tentang pengujian bilangan prima yang merupakan landasan bagi teori bilangan.
2. Memberi informasi dan masukan bagi pembaca tentang bilangan prima dan pengujiannya dengan menggunakan metode.
3. Manjadi bahan masukan bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas hasil cakupan.

BAB V

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dapat disimpulkan :

1. Sifat – sifat bilangan prima diungkapkan dalam bentuk teorema berikut :

- a. Jika p adalah bilangan prima dan p membagi ab ($p|ab$) maka $p|a$ atau $p|b$.
- b. Jika p suatu bilangan prima dan $(a,p) = 1$ maka $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.
- c. Jika p suatu bilangan prima, maka $a^p \equiv a \pmod{p}$ untuk setiap bilangan bulat a .
- d. Jika p suatu bilangan prima maka $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$.

2. Pengujian Bilangan Prima.

Jika terdapat suatu bilangan bulat a dimana $a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$ dan $a^{\frac{n-1}{p}} \not\equiv 1 \pmod{n}$. Untuk semua bilangan prima p yang habis membagi $n-1$ maka n adalah bilangan prima.

Pengujian bilangan prima dari teorema Lucas sudah dapat mengurangi permasalahan untuk menentukan suatu bilangan adalah bilangan prima atau tidak.

DAFTAR PUSTAKA

- Budi, S. W (2003). *Langkah Awal Menuju ke Olimpiade Matematika*. Jakarta : Ricardo.
- Engel, A (1998). *Problem Solving Strategies*. New York : Springer-Verlay.
- Manik, N. I, Sangaji (2004). *Uji Primalitas Teorema Pocklington dengan Menggunakan Program Komputer*.
- Munir, R. (2006). *Kriptografi*. Bandung : ITB.
- Niven, L . H. Z, and Montgomery, H. (1991). *An Introduction to the Theory of Numbers. Fifth Edition*. John Wiley & Sons Inc. New York.
- Siang, J J (2002). *Bilangan Prima : Perkembangan dan Aplikasinya*. Integral vol 7, 1 April 2002.
- Sukirman (2006). *Pengantar Teori Bilangan*. Yogyakarta : Henggar Kreator.
- Sangaji. (2003). *Bilangan Prima dan Distribusinya*. Jakarta : FMIPA Ubinus.
- Vembrina, Y.G. *Pengujian Bilangan Prima*. Bandung : ITB.
- Wikipedia (2007). *Wilson's Theorem*. <http://www.wikipedia.com>.