GELANGGANG DERET PANGKAT

TESIS

Oleh:

Nofiarti N
06215087

PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008

GELANGGANG DERET PANGKAT

Oleh : Nofiarti N

(Dibawah bimbingan: Dr. I Made Arnawa, M.Si dan Nova Noliza Bakar, M.Si)

RINGKASAN

Teori grup dalam aljabar abstrak adalah salah satu teori yang mempelajari tentang struktur aljabar suatu himpunan. Tidak semua himpunan merupakan grup. Suatu himpunan tak hampa dikatakan grup jika G bersama dengan operasi biner " * " dengan sistem matematika (G, *) disebut grup jika memenuhi sifat tertutup, asosiatif, terdapat unsur identitas di G dan untuk setiap unsur di G terdapat unsur inversnya. Suatu grup dikatakan grup komutatif jika pada grup tersebut berlaku ab = ba.

Sistem matematika (R, +, x) disebut gelanggang jika memenuhi. (1) Terhadap operasi tambah (R,+) membentuk grup komutatif. (2) Terhadap operasi kali (R, x) memenuhi sifat asosiatif dan terdapat unsur kesatuan. (3) Terhadap operasi tambah dan operasi kali secara bersama-sama (R, +, x) memenuhi sifat distributif a(b+c) = ab + ac dan (a+b)c = ac + bc untuk semua unsur a,b,c $\in$ R.

Gelanggang komutatif adalah gelanggang R = (R,+,x) yang memenuhi sifat ab = ba untuk semua unsur a dan b di R.

Misalkan R gelanggang komutatif dengan unsur kesatuan.

R[[X]] = $\left\{\sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \mid a_i \in R, i = 0,1,2,3,\ldots\right\}$ adalah deret pangkat dalam x, apakah R[[X]] membentuk gelanggang ?

Pada Tesis ini Penulis akan membahas tentang gelanggang deret pangkat. Pada dasarnya penelitian ini bertujuan untuk membuktikan bahwa R[[X]] = $\left\{\sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \mid a_i \in R, i = 0,1,2,3,\ldots\right\}$ deret pangkat dalam x membentuk gelanggang.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur, baik dari buku-buku perpustakaan, jurnal, hasil penelitian dan berkonsultasi dengan dosen pembimbing.

Berdasarkan pembahasan, maka dapat disimpulkan bahwa deret pangkat R[[X]] = $\left\{\sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \mid a_i \in R, i = 0,1,2,3,\ldots\right\}$, merupakan gelanggang komutatif dengan unsur kesatuan terhadap operasi jumlah dan kali yang didefinisikan sebagai berikut:

(1). $\sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i + \sum_{i=0}^{\infty} b_i x^i = \sum_{i=0}^{\infty} (a_i + b_i) x^i$

(2). $\left(\sum_{j=0}^{\infty} a_j x^j\right)\left(\sum_{k=0}^{\infty} b_k x^k\right) = \sum_{i=0}^{\infty}\left(\sum_{j+k=i} a_j b_k\right) x^i$.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Himpunan S yang tak hampa dilengkapi dengan satu operasi atau lebih, misalkan operasi *, disebut sistem matematika dan dinotasikan (S,*). Sedangkan sistem matematika (G,*) disebut dengan grup jika memenuhi (1) Tutup, (2) Sifat asosiatif, (3) Terdapat unsur identitas di G yang memenuhi ae = ea = a untuk semua unsur a di G (unsur e disebut unsur kesatuan). (4) Untuk setiap unsur a di G terdapat unsur a^{-1} di G yang memenuhi $aa^{-1} = a^{-1}a = e$ (unsur a^{-1} disebut balikan unsur a). Suatu grup dikatakan grup komutatif jika pada grup tersebut berlaku ab = ba (Herstein, 1975).

Sistem matematika (R, +, x) disebut gelanggang jika memenuhi. (1) (R,+) membentuk grup komutatif. (2) (R, x) memenuhi sifat asosiatif dan terdapat unsur kesatuan. (3) (R, +, x) memenuhi sifat distributif a(b+c) = ab + ac dan (a+b)c = ac + bc untuk semua unsur $a,b,c \in R$ (Vijay, 1993).

Gelanggang komutatif adalah gelanggang R = (R,+,x) yang memenuhi sifat ab = ba untuk semua unsur a dan b di R (Herstein, 1975).

1.2 Rumusan Masalah

Misalkan R gelanggang komutatif dengan unsur kesatuan.

$R[[X]] = \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \mid a_i \in R, i = 0,1,2,3,... \right\}$ adalah deret pangkat dalam x, apakah R[[X]] membentuk gelanggang ?

1.3 Tujuan Penelitian

Pada dasarnya penelitian ini bertujuan untuk menunjukkan bahwa R[[x]] = $\left\{ \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \mid a_i \in R, i = 0,1,2,3,... \right\}$ deret pangkat dalam x, membentuk gelanggang.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan terhadap perkembangan ilmu pengetahuan khusus tentang gelanggang. Juga diharapkan akan bermanfaat bagi para Pembaca dan juga bagi Penulis sendiri.

BAB V

KESIMPULAN

Dari pembahasan yang Penulis uraikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan jika R adalah gelanggang komutatif dengan unsur kesatuan, maka R[[X]] = $\left\{ \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \mid a_i \in R, i = 0,1,2,3,\ldots \right\}$ yang merupakan deret pangkat dalam x, juga gelanggang komutatif dengan unsur kesatuan.

DAFTAR PUSTAKA

Arifin, A.2000.*Aljabar*. ITB:Bandung.

Bhattacharya, P.B Jain, S.K & Nagpaul, S.R, 1986. *Basic Abstract Algebra*. Cambridge University.

Fraleigh,J.B.1974. A *First Course in Abstract Algebra*. Addison- Wesley Publishing Company:New York.

Herstein, I.N.1975.*Topics in Algebra*. New York: John Wiley & Son.

Hungerford, T.W. 1974. *Algebra*. New York:Springer-Verlag.

Khanna, V.K & Bhambri, S.K. 1993. *A Course in Abstract Algebra*. New Delhi: Vikas Publishing House.

Purcell, E.J & Varberg, D . 1991.*Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jilid 2. Erlangga, Jakarta.