

**MENENTUKAN SOLUSI MASALAH STURM-LIOUVILLE  
UNTUK PERSAMAAAN GELOMBANG GETARAN DAWAI**



Oleh :

**NILA JUWITA  
06215086**



**PROGRAM PASCASARJANA  
UNIVERSITAS ANDALAS PADANG  
2008**

## MENENTUKAN SOLUSI MASALAH STURM-LIOUVILLE UNTUK PERSAMAAN GELOMBANG GETARAN DAWAI

Oleh: Nila Juwita

(Di bawah bimbingan Dr. Susila Bahri, MSc dan Budi Rudianto, MSi)

### RINGKASAN

Misalkan dawai lentur sempurna terbentang antara dua titik ujung yaitu titik  $O$  dan  $L$  dan diikat pada kedua ujung tersebut. Andaikan posisi keseimbangan dawai adalah horizontal dan dawai terbentang pada sumbu  $x$ , jika dawai itu digetarkan maka akan terjadi perubahan posisi dawai yang dapat dinyatakan dalam bentuk  $y(x,t)$ , dimana  $y(x,t)$  adalah pergeseran dawai dari sumbu  $x$  terhadap waktu  $t$ .

Gelombang merupakan gejala yang ditimbulkan oleh suatu gangguan lokal pada besaran fisis tertentu serta perambatan gangguan itu dalam medium di sekitarnya.

Solusi persamaan gelombang yang dihasilkan dari dawai yang bergetar dapat diperoleh dengan merubah persamaan gelombang kedalam bentuk persamaan Sturm-Liouville dengan menambahkan syarat batas :

$$y(0,t) = 0, \quad t \geq 0,$$

$$y(L,t) = 0, \quad t \geq 0.$$

Karena persamaan gelombang  $y_{xx}(x,t) = \frac{1}{a^2} y_{tt}(x,t)$  adalah persamaan differensial yang linear dan homogen, maka dapat digunakan metode pemisahan peubah yaitu dengan memisalkan  $y(x,t) = X(x)T(t)$  dan didapatkan 2 buah persamaan differensial biasa yaitu  $X''(x) + kX(x) = 0$  dan  $T''(t) + a^2 kT(t) = 0$ .



Pada persamaan  $X''(x) + kX(x) = 0$  ditambahkan syarat batas  $X(0) = 0$  dan  $X(L) = 0$  didapatkan persamaan Sturm-Liouville. Selanjutnya tentukan nilai eigen dan fungsi eigen dari persamaan Sturm-Liouville ini dan didapatkan solusi dari  $X(x)$ .

Pada persamaan  $T''(t) + a^2 kT(t) = 0$  ditambahkan syarat awal

$$y(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq L.$$

Dengan menggunakan nilai eigen dari persamaan Sturm-Liouville didapatkan solusi dari  $T(t)$ .

Gabungkan solusi  $X(x)$  dan  $T(t)$  sehingga didapatkan persamaan

$$y_n(x, t) = b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{an\pi t}{L}, n = 1, 2, \dots$$
 Jumlahkan semua solusi dari persamaan  $y_n(x, t)$

dan substitusikan syarat awal

$$y(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq L,$$

didapatkan deret sinus Fourier. Akhirnya didapatkan solusi masalah Sturm-Liouville untuk persamaan gelombang getaran dawai yaitu:

$$y_n(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{an\pi t}{L}$$

dimana

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx.$$

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian pada bab-bab sebelumnya, penulis dapat mengambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Bentuk persamaan gelombang pada getaran dawai adalah

$$y_{xx}(x,t) = \frac{1}{a^2} y_{tt}(x,t)$$

2. Solusi masalah Sturm-Liouville untuk persamaan gelombang getaran dawai adalah

$$y_n(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{an\pi t}{L}$$

Dimana koefisien

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

#### 5.2 Saran

Penelitian ini hanya membahas solusi masalah Sturm-Liouville untuk persamaan gelombang getaran dawai. Penulis menyarankan kepada peneliti-peneliti berikutnya untuk membahas persamaan gelombang yang lain.

## DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. (1988). *Aljabar Linier Elementer*. Edisi Ketiga. Erlangga. Jakarta.
- Brown, J and Ruel V, C. (2001). *Fourier Series and Boundary Value Problems*. Sixth Edition. Singapore Mc Graw Hill Companies.
- Di Prima, B. (2001). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problem* Seventh Edition John Willey and Sons Ince New York Chichester Weinhein Brisbane Toronto Singapore.
- Kreyszig, E. (1993). *Matematika Teknik Lanjutan*. Edisi keenam. PT Gramedia Pustaka Utama Jakarta.
- Kusumah, Y. (1989). *Persamaan Diferensial*. DEPDIBUD. Jakarta.
- Mursita, D. (2005). *Matematika Lanjut untuk Perguruan Tinggi*. Rekayasa Sains. Bandung.
- Soedjojo, P. (2004). *Fisika Dasar*. ANDI. Yogyakarta.
- Supramono, E, dkk. (2003). *Fisika Dasar II*. Edisi Revisi Common Text Book. JICA-UNM. Malang.
- Sutrisno. (1984). *Fisika Dasar Gelombang dan Optik*. ITB. Bandung.
- Sutrisno. (1984). *Fisika Dasar Mekanika*. ITB. Bandung.
- Tjia, M, O. (1994). *Gelombang*. ITB. Bandung.
- Weston, S. (1994). *Mekanika Panas dan Bunyi*. Binacipta. Bandung.

MILIK  
UPT PERPUSTAKAAN  
UNIVERSITAS ANDALAS