HUBUNGAN ANTARA ALJABAR LOGIKA,

ALJABAR HIMPUNAN, DAN ALJABAR BOOLEAN

Oleh:

NURAIDA
06 215 125

TESIS

Sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Magister Sains
pada Program Pascasarjana Universitas Andalas

PROGRAM PASCASARJANA

UNIVERSITAS ANDALAS

2008

Hubungan Aljabar Logika, Aljabar Himpunan, dan Aljabar Boolean

Oleh
Nuraida
BP. 06215125

(Di bawah bimbingan DR. I Made Arnawa, M.Si dan Zulakmal M.Si).

Ringkasan

Matematika diskrit merupakan ilmu paling dasar di dalam pendidikan informatika atau ilmu komputer. Pada dasarnya informatika adalah kumpulan disiplin ilmu dan teknik yang mengolah dan memanipulasi objek diskrit. Matematika diskrit memberikan landasan matematis di informatika.

Beberapa konsep yang dibahas dalam matematika diskrit, diantaranya logika, himpunan, dan aljabar Boolean.

Sehubungan dengan hal ini penulis tertarik untuk melakukan kajian tentang bagaimana hubungan antara hukum-hukum aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean.

Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur yang membahas tentang hukum-hukum yang berlaku pada aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar boolean, serta hubungan yang terdapat antara hukum-hukum aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean.

Hukum-hukum aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean adalah yang di bahas adalah sebagai berikut:

1. Hukum Identitas.
2. Hukum Komutatif.
3. Hukum Assosiatif.

4. Hukum Distributif.
5. Hukum Negasi.
6. Hukum Null/Dominansi.
7. Hukum Idempoten.
8. Hukum Involusi (negasi ganda).
9. Hukum Penyerapan (absorpsi).
10. Hukum De Morgan.

Dari pembahasan hukum-hukum yang berlaku pada aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean dapat ditarik kesimpulan bahwa terdapat hubungan antara aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean, sebagai berikut:

1. Pada aljabar logika, dua elemen unik yang berbeda dari B adalah T dan F, pada aljabar himpunan, dua elemen unik yang berbeda dari B adalah $\varnothing$ dan U, dan pada aljabar Boolean, dua elemen unik yang berbeda dari B adalah 0 dan 1.
2. Pada aljabar logika berlaku operasi konjungsi ($\wedge$), pada aljabar himpunan berlaku operasi irisan ($\cap$), dan pada aljabar Boolean berlaku operasi perkalian (.).
3. Pada aljabar logika berlaku operasi disjungsi ($\vee$), pada aljabar himpunan berlaku operasi gabungan ($\cup$), dan pada aljabar Boolean berlaku operasi perkalian (.).
4. Pada aljabar logika operasi unernya adalah negasi (~), pada aljabar himpunan operasi unernya adalah komplemen ('), dan pada aljabar Boolean operasi unernya adalah komplemen (').

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matematika diskrit merupakan ilmu paling dasar di dalam pendidikan informatika atau ilmu komputer. Pada dasarnya informatika adalah kumpulan disiplin ilmu dan teknik yang mengolah dan memanipulasi objek diskrit. Matematika diskrit memberikan landasan matematis di informatika **(Munir, 2005).**

Beberapa konsep yang dibahas dalam matematika diskrit, diantaranya logika, himpunan, dan aljabar Boolean. Logika merupakan studi penalaran (reasoning). Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia disebutkan defenisi penalaran, yaitu cara berpikir dengan mengembangkan sesuatu berdasarkan akal budi dan bukan dengan perasaan atau pengalaman.

Di dalam matematika, hukum-hukum logika menspesifikasikan makna dari pernyataan matematis. Hukum-hukum logika tersebut membantu kita untuk membedakan antara argumen yang valid dan tidak valid. Logika juga digunakan untuk membuktikan teorema-teorema di dalam matematika.

Logika pertama kali dikembangkan oleh filusuf Yunani, Aristoteles, sekitar 2300 tahun yang lalu. Saat ini, logika mempunyai aplikasi yang luas di dalam ilmu komputer, misalnya dalam bidang pemograman, analisis kebenaran algoritma, perancangan komputer, dan sebagainya.

Dalam membicarakan objek diskrit, kita sering berhadapan dengan situasi yang berhubungan dengan sekumpulan objek di dalam suatu kelompok.

Terminologi dasar tentang sekumpulan objek diskrit adalah himpunan. Himpunan digunakan untuk mengelompokkan objek secara bersama-sama. Himpunan merupakan struktur diskrit fundamental yang mendasari struktur diskrit lainnya seperti relasi, kombinasi, dan graf **(Munir, 2005)**.

Aljabar Boolean sebagai salah satu cabang matematika, pertama kali ditemukan seorang matematikawan Inggris, George Boole, pada tahun 1854. Boole melihat bahwa himpunan dan logika proposisi mempunyai sifat-sifat yang serupa. Aturan dasar logika ini membentuk struktur matematika yang disebut aljabar Boolean. Pada tahun 1938, Claude Shannon memperlihatkan penggunaan aljabar Boolean untuk merancang rangkaian sirkuit yang menerima masukkan 0 dan 1, dan menghasilkan keluaran juga 0 dan 1.

Aljabar Boolean telah menjadi dasar teknologi komputer digital karena rangkaian elektronik di dalam komputer yang bekerja dengan mode operasi bit 0 dan 1. Saat ini aljabar Boolean digunakan secara luas dalam perancangan rangkaian pensaklaran, rangkaian digital, dan rangkaian IC (Integrated Cirkuit) komputer.

Sehubungan dengan hal ini penulis tertarik untuk melakukan kajian tentang bagaimana hubungan antara aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean.

1.2. Rumusan Masalah

Bagaimana hubungan antara aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean?

1.3. Manfaat Penelitian

Penulisan ini diharapkan dapat memperluas wawasan penulis maupun pembaca dalam memahami keterkaitan antara hukum-hukum aljabar terutama tentang hubungan antara aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean.

1.4. Tujuan Penelitian

Tulisan ini bertujuan untuk mengetahui tentang hubungan antara hukum-hukum aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Terdapat kemiripan antara aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean. Ini terlihat dari hukum-hukum yang berlaku pada aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean, sebagai berikut:

Aljabar Logika	Aljabar Himpunan	Aljabar Boolean
Hukum Identitas (i). $p \vee F \equiv p$ (ii). $p \wedge T \equiv p$	**Hukum Identitas.** (i). $A \cup \varnothing = A$ (ii). $A \cap U = A$	**Hukum Identitas.** (i). $x + 0 = x$ (ii). $x \cdot 1 = x$
Hukum Komutatif (i). $p \vee q \equiv q \vee p$ (ii). $p \wedge q \equiv q \wedge p$	**Hukum Komutatif** (i). $A \cup B = B \cup A$ (ii). $A \cap B = B \cap A$	**Hukum Komutatif** (i). $x + y = y + x$ (ii). $x \cdot y = y \cdot x$
Hukum Assosiatif (i). $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ (ii). $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	**Hukum Assosiatif** (i). $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (ii). $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	**Hukum Assosiatif** (i). $x + (y + z) = (x+y) + z$ (ii). $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$
Hukum Distrubutif (i). $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (ii). $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	**Hukum Distributif** (i). $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (ii). $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	**Hukum Distributif** (i). $x + (y.z) = (x+y).(x+z)$ (ii). $x.(y+z) = (x.y)+(x.z)$
Hukum Negasi (i). $p \vee \neg p \equiv T$ (ii). $p \wedge \neg p \equiv F$	**Hukum Komplemen** (i). $A \cup A' = U$ (ii). $A \cap A' = \varnothing$	**Hukum Komplemen** (i). $x + x' = 1$ (ii). $x \cdot x' = 0$

Hukum Null/Dominasi (i). $p \wedge F \equiv F$ (ii) $p \vee T \equiv T$	**Hukum Null/Dominasi** (i). $A \cap \varnothing = \varnothing$ (ii) $A \cup U = U$	**Hukum Null/Dominasi** (i). $x \cdot 0 = 0$ (ii) $x + 1 = 1$
Hukum Idempoten (i). $p \vee p \equiv p$ (ii). $p \wedge p \equiv p$	**Hukum Idempoten** (i). $A \cup A = A$ (ii). $A \cap A = A$	**Hukum Idempoten** (i). $x + x = x$ (ii). $x \cdot x = x$
Hukum negasi ganda $-(-p) \equiv p$	**Hukum negasi ganda** $-(-A) \equiv A$	**Hukum negasi ganda** $(x')' = x$
Hukum Penyerapan (i). $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ (ii). $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	**Hukum Penyerapan** (i). $A \cup (A \cap B) = A$ (ii). $A \cap (A \cup B) = A$	**Hukum Penyerapan** (i). $x + x \cdot y = x$ (ii). $x \cdot (x + y) = x$
Hukum De Morgan (i). $-(p \wedge q) \equiv -p \vee -q$ (ii). $-(p \vee q) \equiv -p \wedge -q$.	**Hukum De Morgan** (i). $(A \cap B)' = A' \cup B'$ (ii). $(A \cup B)' = A' \cap B'$	**Hukum De Morgan** (i). $(x + y)' = x' y'$ (ii). $(x \cdot y)' = x' + y'$

Dari pembahasan hukum-hukum yang berlaku pada aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean dapat ditarik kesimpulan bahwa terdapat hubungan antara aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean, sebagai berikut:

1. Pada aljabar logika, dua elemen unik yang berbeda dari *B* adalah T dan F, pada aljabar himpunan, dua elemen unik yang berbeda dari *B* adalah $\varnothing$ dan *U*, dan pada aljabar Boolean, dua elemen unik yang berbeda dari *B* adalah 0 dan 1.

2. Pada aljabar logika berlaku operasi konjungsi ($\wedge$), pada aljabar himpunan berlaku operasi irisan ($\cap$), dan pada aljabar Boolean berlaku operasi perkalian (.).
3. Pada aljabar logika berlaku operasi disjungsi ($\vee$), pada aljabar himpunan berlaku operasi gabungan ($\cup$), dan pada aljabar Boolean berlaku operasi perkalian (.).
4. Pada aljabar logika operasi unernya adalah negasi (~), pada aljabar himpunan operasi unernya adalah komplemen ('), dan pada aljabar Boolean operasi unernya adalah komplemen (').

5.2. Saran

Dalam penelitian ini penulis hanya membahas masalah hukum-hukum yang terdapat pada aljabar logika, aljabar himpunan, dan aljabar Boolean. Oleh sebab itu penulis menyarankan agar peneliti selanjutnya untuk membahas masalah aplikasi aljabar Boolean dalam perancangan rangkaian logika.

DAFTAR PUSTAKA

Durbin, J. R. *Modern Algebra An Introduction* Fourth Edition.

Kusumah, Y. S, 1986. *Logika Matematika Elementer*, Tarsito, Bandung.

Lipschutz. S, *Seri Penyelesaian Soal Schaum Matematika Diskrit 1*, Salemba Teknika.

Liu, C. L, 1995, *Dasar-Dasar Matematika Diskrit*, Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Munir, R. 2005, *Matematika Diskrit*. Informatika, Bandung.

Soesianto, F & Djiwono, D. *Logika Matematika Untuk Ilmu Komputer*, Andi, Yokyakarta.

Wibisono, S. 2004, *Matematika Diskrit*. Graha Ilmu, Bandung.

Wirodikromo,S. *Matematika 2000*. Erlangga.