PROYEKSI ORTOGONAL PADA SUBRUANG

TESIS

Oleh :

FAUZIYA RIFA
06215111

PROGRAM PASCA SARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008

PROYEKSI ORTOGONAL PADA SUBRUANG

Oleh : FAUZIYA RIFA
(Di bawah bimbingan Muhafzan dan Nova Noliza Bakar)

RINGKASAN

Proyeksi ortogonal suatu vektor pada suatu subruang dapat diperoleh dengan memproyeksikan vektor tersebut pada basis ortonormal dari subruang. Secara teknis, konstruksi seperti ini tidaklah memadai. Karena prosesnya tergantung pada pemilihan basis ortonormal dari subruang yang dikemukakan. Setelah diperiksa ternyata proyeksi ortogonal dari suatu vektor kepada suatu basis ortonormal yang berbeda dari subruang tersebut memberikan hasil yang sama.

Penelitian ini menggunakan studi literature. Penelitian ini dipelajari dengan mengurutkan, mengklasifikasikan, menganalisa dan mereduksi. Keseluruhan proses nya ada dalam 4 tahap yaitu : Pertama, mengumpulkan literatur, berupa buku dan jurnal yang berkaitan dengan masalah penelitian. Selanjutnya tahap ke dua seluruh konsep yang telah dikumpulkan dipelajari dengan mengurutkan, mengklasifikasikan, dan mengelompokkannya. Tahap ke tiga dilakukan pembahasan Proyeksi Ortogonal Pada Sub Ruang. Pada tahab ini Penulis menunjukkan cara merubah suatu vektor menjadi suatu basis ortonormal. Kemudian terbukti bahwa rumus untuk menghitung proyeksi ortogonal pada subruang adalah: $\text{Proj}_W(\vec{v}) = \left\langle \vec{v}, \vec{u}_1 \right\rangle \vec{u}_1 + \left\langle \vec{v}, \vec{u}_2 \right\rangle \vec{u}_2 + \cdots + \left\langle \vec{v}, \vec{u}_s \right\rangle \vec{u}_s$

Tahap ke empat adalah pengambilan kesimpulan.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Proyeksi ortogonal dapat dipandang sebagai bayangan suatu benda datar pada saat tengah hari. Secara Aljabar, proyeksi ortogonal suatu vektor pada suatu subruang dapat diperoleh dengan memproyeksikan vektor tersebut pada basis ortonormal dari subruang **(Jacob,1990).**

Secara teknis, konstruksi seperti di atas tidaklah memadai. Karena prosesnya tergantung pada pemilihan basis ortonormal dari subruang yang dikemukakan. Proses seperti ini memerlukan pemeriksaan apakah proyeksi ortogonal dari suatu vektor kepada suatu basis ortonormal yang berbeda dari subruang tersebut memberikan hasil yang sama atau tidak. Oleh karena itu penelitian ini akan menggunakan suatu hampiran yang berbeda dengan mendefinisikan proyeksi ortogonal menjadi suatu operator linier yang memenuhi syarat-syarat khusus.

Dua vektor dikatakan ortogonal apabila hasil kali dalam kedua vekor itu adalah nol. Hasil kali dalam dari dua vektor, adalah hasil kali dari transpors vektor pertama dengan vektor kedua. Sebuah ruang vektor dengan sebuah hasil kali dalam dinamakan sebuah ruang hasil kali dalam. Jadi, ruang hasil kali dalam penting dalam menentukan proyeksi otogonal pada subruang.

1.2. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, masalah yang akan dibahas pada tulisan ini adalah :

Misalkan $< , >$ adalah hasil kali dalam pada vektor V, dan W adalah subruang berdimensi hingga dari V

1. Apakah ada proyeksi ortogonal dari V pada W ?
2. Bagaimana rumus menghitung proyeksi ortogonal dari V pada W?

1.3. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan terhadap perkembangan ilmu pengetahuan dan untuk menambah wawasan penulis serta pembaca tentang proyeksi ortogonal pada subruang.

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan ini adalah untuk menentukan proyeksi ortogonal pada subruang.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

5.1.1. Proyeksi ortogonal suatu vektor pada suatu subruang dapat diperoleh dengan memproyeksikan vektor tersebut pada basis ortonormal dari subruang.

5.1.2. Suatu vektor sebarang $\vec{u}$ akan diproyeksikan pada subruang $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n\}$, jika vektor $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n\}$ tidak saling ortogonal, maka perlu dijadikan basis ortogonal (dengan proses Gram-Schmit), kemudian baru dijadikan basis ortonormal.

5.1.3. Proyeksi ortogonal dari suatu vektor pada suatu basis ortonormal yang berbeda selalu memberikan hasil yang sama.

5.1.4. Proyeksi ortogonal dari suatu vektor pada subruang selalu ada dan unik (tunggal).

5.1.5. komplemen ortogonal dari W adalah $W^{\perp}$ (W tegak lurus).

5.1.6. Proyeksi ortogonal suatu vektor pada komplemen ortogonal adalah 0 (nol).

5.1.6. Rumus untuk mencari proyeksi ortogonal suatu vektor pada subruang adalah :

$$\text{Proj}_W(\vec{v}) = \left\langle \vec{v}, \vec{u}_1 \right\rangle \vec{u}_1 + \left\langle \vec{v}, \vec{u}_2 \right\rangle \vec{u}_2 + \cdots + \left\langle \vec{v}, \vec{u}_s \right\rangle \vec{u}_s$$

DAFTAR PUSTAKA

Jacob Bill, 1990, Linear Algebra, W. H. Freeman and Company, New York.

Anton Howard, 1991, Aljabar Linier Elementer, Erlangga, Jakarta.

Anton Howard dan Rorres Cris, 1988, Aljabar Linear Elementer, Erlangga, Jakarta.

Lipshutz Seymour, 2004, Aljabar Linear, Erlangga, Jakarta

Steven J. Leon, 2001, Aljabar Linier dan Aplikasinya, Erlangga, Jakarta.