BILANGAN RAMSEY UNTUK GRAF GABUNGAN SALING LEPAS

SKRIPSI SARJANA

OLEH :

<u>AMELIA ANGGRAINI</u>

04134032

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2010

ABSTRAK

Diberikan dua buah graf G dan H, bilangan Ramsey $R(G, H)$ adalah bilangan bulat positif terkecil n sedemikian sehingga untuk setiap graf F yang berorde n, senantiasa akan memuat G atau komplemen dari F memuat H. Pada tulisan ini akan dikaji tentang bilangan Ramsey $R(\bigcup_{i=1}^{k} G_i, H)$ untuk graf gabungan saling lepas. Untuk setiap k, diberikan batas atas umum,

$R(kG,H) \leq R(G,H)+(k-1)\,|V(G)|$. Tulisan ini memperlihatkan bahwa, jika

$m = 2n - 4$, $2n - 8$ atau $2n - 6$, maka $R(kS_n, W_m) = R(S_n, W_m) + (k-1)\,n$.

Selanjutnya, jika $|G_i| > (|G_i| - |G_{i+1}|)(\chi(H) - 1)$ dan

$R(G_i, H) = (\chi(H) - 1)(|G_i| - 1) + 1$, maka $R(\bigcup_{i=1}^{k} G_i, H) = R(G_k, H) + \sum_{i=1}^{k-1} |G_i|$.

Untuk setiap i.

Kata kunci: Graf, Bilangan Ramsey, Graf Gabungan Saling Lepas.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori Ramsey pertama kali dikaji oleh Frank Plumpton Ramsey pada tahun 1930. Pada salah satu papernya, Ramsey menunjukkan bahwa untuk setiap bilangan asli n, terdapat bilangan asli $R(n)$ sedemikian sehingga, jika sisi-sisi dari graf lengkap dengan $R(n)$ titik diwarnai dengan warna merah atau biru, maka graf tersebut akan selalu memuat graf lengkap K_n merah atau K_n biru sebagai subgraf. Kemudian, permasalahan ini diperluas oleh Erdos dan Szekeres pada tahun 1935. Mereka membuktikan bahwa, jika diberikan dua buah bilangan asli a dan b dengan $a, b \geq 2$, maka terdapat bilangan asli $R(a, b)$ sedemikian sehingga, jika sisi-sisi dari graf lengkap dengan $R(a, b)$ titik diwarnai dengan warna merah atau warna biru, maka graf tersebut akan selalu memuat graf lengkap K_a merah atau K_b biru sebagai subgraf.

Seiring dengan perkembangan ilmu matematika, studi bilangan Ramsey pun diperumum untuk kombinasi dari berbagai jenis graf lain, seperti graf roda dan graf bintang. Pada tahun 1972, V.Chvatal dan F.Harary memberikan batas bawah dari $R(G,H)$, yaitu $R(G, H) \geq (\chi(G) - 1)(n(H) - 1) + 1$, dengan $\chi(G)$ bilangan kromatik dari graf G dan $n(H)$ adalah jumlah titik pada komponen terbesar H, juga ditunjukkan $R(T_n, K_m) = (n-1)(m-1) + 1$. Hendry (1989) memberikan $R(W_3, W_5) = 19$. Pada tahun 1989 S.A.Burr and P.Erdos memberikan $R(C_3, W_m) = 2m + 1$, untuk $m \geq 5$. Surahmat dan E.T.Baskoro (2002) memberikan $R(P_n, W_4) = 2n - 1, n \geq 3$, $R(S_n, W_5) = 3n - 2, n \geq 3$ dan

$$R(S_n, W_4) = \begin{cases} 2n - 1\,, untuk\ n \geq 3\ dan\ n\ ganjil \\ 2n + 1\,, untuk\ n \geq 4\ dan\ n\ genap \end{cases}$$

Hingga tahun 2009, dari hasil survey yang dilakukan oleh Radziszwoski [7], hanya ada beberapa bilangan Ramsey yang sudah ditemukan. Hal ini menunjukkan bahwa penentuan bilangan Ramsey, baik untuk graf lengkap maupun untuk jenis graf lain, masih merupakan masalah yang rumit. Oleh karena itu, masalah ini menjadi topik yang sangat menarik untuk dikaji.

1.2 Perumusan Masalah

Diberikan graf bintang S_n $(n \geq 5)$ dan graf roda W_m dengan n, m bilangan asli. Tentukan bilangan asli terkecil $R(S_n, W_m) = p$ sedemikian sehingga, sembarang graf G dengan p titik memuat sebuah graf lingkaran S_n dengan panjang n atau memuat suatu himpunan bebas berorder m, tetapi tidak sekaligus keduanya.

1.3 Pembatasan Masalah

Misalkan H dan G_i adalah graf terhubung dengan $|G_i| \geq |G_{i+1}|$,

$i = 1, 2, \ldots, k - 1$. *Jika* $|G_i| > \big(|G_i| - |G_{i+1}|\big)\big(\chi(H) - 1\big)$ dan

$R(G_i, H) = (\chi(H) - 1)(|G_i| - 1) + 1$ untuk tiap i, maka :

$R(\bigcup_{i=1}^{k} G_i, H) = R(G_k, H) + \sum_{i=1}^{k-1} |G_i|$.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Dari penjelasan yang didapat pada pembahasan di Bab III , hasil yang didapatkan yaitu, telah dibuktikan $R(\bigcup_{i=1}^{k} G_i, H) = R(G_k\ ,\ H) + \sum_{i=1}^{k-1}|G_i|$, jika dan hanya jika $|G_i| > (|G_i| - |G_{i+1}|)(\chi(H) - 1)$ dan $R(G_i\ , H)(\chi(H) - 1)(|G_i| - 1) + 1$, dengan $|G_i| \geq |G_{i+1}|$,

$i = 1, 2, \ldots, k - 1$. Kita dapat juga menggunakan Teorema 3.1.3 untuk menentukan banyak bilangan Ramsey lainnya untuk graf gabungan saling lepas dari graf $R(\bigcup_{i=1}^{k} G_i, H)$ dengan bilangan Ramsey $R(G_i, H)$ yang telah diketahui.

4.2 Saran

Graf gabungan saling lepas ini bisa terdiri dari graf yang berbeda. Dapat juga digunakan pada kombinasi dari graf lainya yang telah diketahui. Penulis menyarankan untuk membuktikan $R(k_1 C_n \cup k_2 S_n, W_m)$ untuk m ganjil dengan $m \geq 5$ *dan* $n \geq (5m - 9)/2$.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Baskoro, E. T , Hasmawati, H. Assiyatun. 2006. *The Ramsey numbers of disjoint unions of Trees*. Discrete Math. **306** : 3297-3301.

[2] Bondy, J. A. and U. S. R. Murty. 1976. *Graph Theory with Applications*. Macmillan Press, New York.

[3] Chartrand, G. and Ping Zhang. 2005. *Introduction to Graph Theory*. McGraw-Hill Press, Boston.

[4] Chvatal, V. dan F. Harary. 1972. *Generalized Ramsey Theory for Graph, III: small off-diagonal numbers*, Pacific. J. Math.**41** : 335-345.

[5] Hasmawati, E. T. Baskoro, H. Assiyatun. 2005. *Star-Wheel Ramsey numbers*. J. Combin. Math. Combin. Comput. **55** : 123-128.

[6] Hasmawati, E. T. Baskoro, H. Assiyatun. 2007. *The Ramsey numbers for disjoint unions of Graphs*. Combin. Math. **308** : 2046-2049.

[7] Radziszowski, S. P. 2009. Small Ramsey Numbers. *The Electronic Journal of Combinatorics* DS1.12.

[8] Surahmat dan E. T. Baskoro. 2001. *On The Ramsey numbers of a path or a star versus W_4 or W_5*. Proceedings of the 12th Australasians Workshop on Combinatorial Algorithms. Bandung, Indonesia. pp. 165-170.

[9] Y. Q. Zhang dan K. M. Zhang. *On Ramsey numbers $R(S_n, W_8)$ for small n*. preprint.