

**APPROKSIMASI NILAI EIGEN DARI MATRIKS NON-SIMETRI
DENGAN MENGGUNAKAN ITERASI ARNOLDI**

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

VITRA SURYANI
03934023



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS**

PADANG

2008

ABSTRAK

Suatu matriks dapat dicari nilai eigennya dengan menyelesaikan persamaan karakteristiknya. Persamaan karakteristik dari suatu matriks adalah berbentuk polinom yang dinamakan dengan polinomial karakteristik. Dari polinomial karakteristik ini, nilai λ dapat ditentukan. Jika nilai λ dari persamaan tersebut tidak dapat ditentukan maka dibutuhkan suatu cara untuk mengaproksimasi nilai λ (nilai eigen) tersebut. Metode yang digunakan tidak terlepas dari bentuk matriks yang akan dicari nilai eigennya. Pada skripsi ini dibahas suatu metode untuk mengaproksimasi nilai eigen dengan menggunakan iterasi Arnoldi dari matriks non-simetri. Untuk mengaproksimasi nilai eigen tersebut, terlebih dahulu mereduksi matriks yang akan ditentukan nilai eigennya ke bentuk matriks Hessenberg. Dari matriks Hessenberg ini dapat ditentukan polinomial karakteristiknya, dan dengan menggunakan metode bagidua maka nilai eigen dari matriks tersebut dapat diperoleh.

Kata kunci : *matriks non-simetri, nilai eigen, matriks Hessenberg, polinomial karakteristik, metode bagidua (bisection method), iterasi Arnoldi*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Banyak aplikasi dalam aljabar linier yang melibatkan sistem dengan n persamaan linier dan n variabel yang tidak diketahui yang dinyatakan dalam bentuk $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$, dengan λ adalah suatu skalar. Sistem persamaan ini sebenarnya merupakan sistem persamaan linier homogen yang tersamar karena persamaan $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ dapat ditulis kembali sebagai $\lambda\mathbf{x} - A\mathbf{x} = 0$ atau dengan menyisipkan suatu matriks identitas dan memfaktorkannya sebagai $(\lambda I - A)\mathbf{x} = 0$. Yang menjadi masalah utama untuk sistem persamaan linier berbentuk $(\lambda I - A)\mathbf{x} = 0$ adalah menentukan nilai λ . Jika A adalah matriks bujursangkar yang berukuran $n \times n$ dan memenuhi persamaan $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ untuk suatu vektor \mathbf{x} tak nol, maka λ disebut nilai karakteristik (*characteristic value*) atau nilai eigen (*eigen value*) dari matriks A dan \mathbf{x} disebut vektor eigen.

Suatu matriks dapat dicari nilai eigennya dengan menyelesaikan persamaan karakteristiknya. Persamaan karakteristik dari suatu matriks adalah berbentuk polinom yang dinamakan dengan polinomial karakteristik. Misalkan A matriks bujursangkar yang berukuran $n \times n$ maka polinomial karakteristik dari matriks A diperoleh dari $\det(\lambda I - A) = 0$. Dari polinomial karakteristik ini, nilai λ dapat dicari dengan memfaktorkan persamaan karakteristiknya atau dengan menggunakan metode Horner. Namun, jika nilai λ dari persamaan tersebut tidak dapat dicari dengan kedua metode di atas, maka dibutuhkan suatu cara untuk

mengaproksimasi nilai λ (nilai eigen) tersebut. Metode yang digunakan tidak terlepas dari bentuk matriks yang akan dicari nilai eigennya. Matriks yang dicari nilai eigennya dapat berbentuk simetri atau nonsimetri. Untuk matriks simetri banyak metode yang digunakan diantaranya adalah metode Householder dan metode Jacobi. Sedangkan untuk matriks nonsimetri dapat digunakan metode pangkat dan iterasi Arnoldi. Pada metode pangkat nilai eigen yang diperoleh hanya nilai eigen dominan saja atau nilai mutlak eigen yang terbesar dari nilai mutlak eigen lainnya. Sedangkan pada iterasi Arnoldi dapat diaproksimasi semua nilai eigennya.

Dengan iterasi Arnoldi untuk mengaproksimasi nilai eigen dari matriks nonsimetri tersebut, terlebih dahulu direduksi matriks yang akan dicari nilai eigennya menjadi matriks Hessenberg. Pereduksian matriks nonsimetri ke bentuk Hessenberg ini bertujuan untuk mempermudah proses penentuan nilai eigen dari matriks awal karena matriks Hessenberg yang diperoleh sudah berupa matriks khusus.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka persoalan yang akan dibahas dalam tulisan ini adalah bagaimana mengaproksimasi nilai eigen dari matriks nonsimetri dengan menggunakan iterasi Arnoldi.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada tulisan ini masalah dibatasi hanya untuk matriks nonsimetri yang entri-entri-nya adalah bilangan real.

BAB IV

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Iterasi Arnoldi adalah suatu metode untuk menentukan nilai eigen suatu matriks nonsimetri dengan terlebih dahulu mereduksi matriks yang akan ditentukan nilai eigennya ke bentuk matriks Hessenberg
2. Langkah-langkah mengaproksimasikan nilai eigen dari suatu matriks nonsimetri adalah:
 - a. Mereduksi matriks yang akan di cari nilai eigennya menjadi matriks Hessenberg.
 - b. Menentukan polinomial karakteristik dari matriks hassenberg tersebut.
 - c. Menentukan interval dengan menggunakan *gerghorins disk* dan melakukan modifikasi interval sehingga di peroleh interval yang memuat satu nilai eigen
 - d. Menggunakan metode bagidua (*bisection method*) untuk menentukan nilai eigen dari matriks Hessenberg.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, Howard. 1987. *Aljabar Linier Elementer, edisi kelima*. Erlangga. Jakarta
- [2] Anton, H. and Rores. 2004. *Aljabar Linier Elementer jilid 1, versi Aplikasi*. Erlangga. Jakarta.
- [3] Campbell, H. G. 1980. *Linier Algebra with Applications, 2nd edition*. Prectice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- [4] Chapra, Steven C. and Canale, Raymond P. 1989. *Metode Numerik jilid 1*. Erlangga. Jakarta.
- [5] Goldberg, Jack. L. 1989. *Matrix Theory With Application*. McGraw-Hill, Inc. USA
- [6] http://en.wikipedia.org/wiki/Arnoldi_iteration. [24 Februari 2008]
- [7] Jacob, Bill. 1990. *Linier Algebra*. W H. Freeman Company. USA
- [8] Leon, Steven J. 2001. *Aljabar Linier dan Aplikasinya ; edisi 5*. Erlangga. Jakarta.
- [9] Ray, Ajay K. and Gupta, Santosh K. 2004. *Mathematical methods in chemical and Environmental Enginnering, 2th edition*. Singapura .