DAERAH INTEGRAL TERURUT

SKRIPSI SARJANA

Oleh :

MEGA PRISTADEWI B.
05 134 038

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2010

ABSTRAK

Daerah integral adalah gelanggang komutatif yang tidak mempunyai pembagi nol. Misal D^+ adalah sub himpunan dari daerah integral D. D dikatakan daerah integral terurut (terurut oleh D^+), jika (i) D^+ tertutup terhadap penjumlahan dan perkalian, dan (ii) jika a anggota D, maka $a = 0$ atau a anggota D^+ atau $(-a)$ anggota D^+. Pada skripsi dibahas tentang sifat-sifat daerah integral terurut tersebut. Beberapa sifat tersebut adalah : (i) jika $a < b$ dan $c > 0$, maka $ac < bc$, (ii) jika $a \neq 0$, maka $a^2 > 0$ dan (iii) jika $ab = c$, $a > 0$ dan $c > 0$, maka $b > 0$.

Kata kunci : *gelanggang komutatif, daerah integral, daerah integral terurut*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Daerah integral adalah gelanggang komutatif yang tidak mempunyai pembagi nol, atau jika R gelanggang dan $\forall\, a, b \in R$, $ab = 0$ maka $a = 0$ atau $b = 0$. [5]

Contoh daerah integral adalah bilangan bulat $\mathbb{Z}$. Jika pada $\mathbb{Z}$ diambil sebuah bilangan, misalkan a, maka a akan memenuhi salah satu dari 3 kemungkinan berikut ini :

a) $a = 0$.

b) Jika $a > 0$, maka $a \in \mathbb{Z}^+$.

c) Jika $a < 0$, maka $(-a) \in \mathbb{Z}^+$.

Contoh daerah integral lainnya adalah gelanggang polinom R[x] dengan R gelanggang. Misalkan:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_mx^m$$

adalah polinom yang tak nol di R[x]. Namun demikian, tidak bisa diambil $f(x)$ yang memenuhi salah satu dari ketiga kemungkinan pada contoh bilangan $\mathbb{Z}$ di atas, karena nilai x-nya tidak diketahui sehingga tidak bisa ditentukan sub himpunan positif dari polynomial R[x] tersebut.

Berdasarkan penjelasan di atas, bilangan bulat $\mathbb{Z}$ dikatakan daerah integral terurut sedangkan gelanggang polinom R[x] bukan daerah integral terurut. Pada skripsi ini akan dibahas tentang sifat-sifat daerah integral terurut tersebut.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka permasalahan dalam penelitian ini adalah apa saja sifat-sifat daerah integral terurut.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada tulisan ini Penulis membatasi permasalahan yang akan dibahas pada himpunan bilangan rasional $\mathbb{Q}$, himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$ dan himpunan bilangan $\mathbb{Z}(\sqrt{2})$.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui sifat-sifat daerah integral terurut.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari 4 bab. Bab I Pendahuluan, berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, berisi teori-teori berupa definisi dan teorema yang terkait dalam pembahasan. Bab III Pembahasan, berisi pembahasan tentang sifat-sifat daerah integral terurut. Bab IV Kesimpulan.

BAB IV

KESIMPULAN

Daerah integral D dikatakan terurut oleh D^+ (elemen positif dari D), jika D^+ tertutup terhadap penjumlahan dan perkalian, dan jika a elemen dari D maka $a = 0$ atau $a \in D^+$ atau $(-a) \in D^+$.

Adapun sifat-sifat dari daerah integral terurut adalah:

$\forall a, b \in D$, D daerah integral, maka:

1) Jika a negatif, maka $(-a)$ adalah positif.
2) Pernyataan $a < b$ berarti $b - a$ bernilai positif dan $b - a \in D^+$ dan begitu juga sebaliknya.
3) a positif jika $a > 0$ dan b negatif jika $b < 0$.
4) Jika $a < b$ dan $c > 0$, maka $ac < bc$.
5) Jika $a \neq 0$, maka $a^2 > 0$.
6) Jika a positif atau 0, maka $|a| = a$. Jika a negatif, maka $|a|$ adalah elemen positif $(-a)$.
7) Jika $ab = c$ maka,
   a) $c > 0$ untuk $a > 0$ dan $b > 0$.
   b) $c > 0$ untuk $a < 0$ dan $b < 0$.
   c) $c < 0$ untuk $a > 0$ dan $b < 0$.
8) Jika $ab = c$, $a > 0$ dan $c > 0$ maka $b > 0$.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Durbin, John R. 2000. *Modern Algebra. Fourth Edition*. John Wiley and Sons, New York

[2] Ehrlich, Gertrude.1991. *Fundamental Concepts of Abstract Algebra*. PWS-Kent Publishing Company, Boston

[3] Herstein, I.N. 1975. *Topics in Algebra. Second Edition*. John Wiley and Sons, New York

[4] Hillman, Abraham P. 1993. *Abstract Algebra*. PWS Publishing Company, Boston

[5] Khanna, Vijay K. And S.K. Bhambri. 1993. *A Course in Abstract Algebra*. Vikas Publishing House PVT LTD, New Delhi

[6] Spindler, Karlheinz. 1994. *Abstract Algebra with Applications*. Marcell Dekker, INC, New York