KRITERIA POLINOMIAL TAK TEREDUKSI DI SUATU GELANGGANG POLINOMIAL

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

NOFIRMAN
01 134 023

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2006

ABSTRAK

Polinomial di suatu himpunan polinomial ada yang tereduksi dan ada yang tak tereduksi. Polinomial $f(x) \in R[x]$ dengan derajat positif dikatakan tak tereduksi di gelanggang $R[x]$ apabila tidak terdapat polinomial $h(x)$ dan $g(x)$ di $R[x]$ yang berderajat positif yang memenuhi $f(x) = h(x)g(x)$. Penulisan ini bertujuan untuk melihat kriteria polinomial tak tereduksi di suatu gelanggang polinomial. Kriteria-kriteria ini dilihat berdasarkan koefisien–koefisien yang ada di polinomial dan ada juga yang berdasarkan derajat polinomial.

Kata kunci : *gelanggang, polinomial, polinomial tak tereduksi*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Sebuah fungsi f disebut polinomial jika $f(x) = a_0 + a_1 x + ... + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$ dengan n adalah bilangan bulat tak negatif dan bilangan $a_0, a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_n$ adalah konstanta yang disebut koefisien polinomial. Bilangan a_i bisa himpunan bilangan seperti $\mathcal{R}$, Z, Q atau C. Himpunan dari semua polinomial dengan koefisien – koefisien dari gelanggang R dengan peubah x ditulis $R[x]$. Himpunan polinomial di $R[x]$ dapat membentuk suatu gelanggang, yang kemudian disebut dengan gelanggang polinomial.

Suatu fungsi $f(x)$ yang merupakan anggota dari suatu gelanggang polinomial dikatakan tereduksi, jika $f(x) = h(x)g(x)$, dimana $h(x)$ dan $g(x)$ juga merupakan anggota dari gelanggang polinomial tersebut. Namun jika $f(x) \neq h(x)g(x)$ maka fungsi $f(x)$ dikatakan tak tereduksi.

Apabila diketahui apakah sebuah polinomial, misalkan $p(x)$, tereduksi atau tak tereduksi di suatu gelanggang polinomial, maka dapat ditentukan apakah $p(x)$ memiliki akar atau tidak. Apabila $p(x)$ tak tereduksi di gelanggang polinomialnya maka $p(x)$ tidak mempunyai akar. Contohnya pada polinomial $p(x) = x^2 + x + 6$

merupakan polinomial tereduksi di gelanggang $Z[x]$, karena $p(x)= (x-2)(x+3)$ dengan $(x-2)$ dan $(x+3)$ anggota $Z[x]$, dan akarnya adalah 2 dan -3.

Dengan adanya polinomial tereduksi dan tak tereduksi ini penulis menganggap perlu ada pembahasan khusus tentang polinomial tereduksi dan tak tereduksi. Oleh karena polinomial tereduksi tidak menimbulkan masalah dalam hal pemfaktoran, maka untuk penulisan ini dibahas tentang polinomial tak tereduksi.

Untuk memutuskan apakah sebuah polinomial tak tereduksi merupakan suatu hal yang tidak mudah. Oleh karena itu diperlukan kriteria – kriteria yang bisa menjelaskan sebuah polinomial tak tereduksi. Sehingga dengan menggunakan kriteria – kriteria tersebut, dapat mempermudah dalam menentukan apakah sebuah polinomial tak tereduksi atau tidak tereduksi.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang dibahas dalam tulisan ini adalah diberikan suatu gelanggang polinomial, kemudian diselidiki polinomial – polinomial didalamnya, sehingga diketahui apakah polinomial – polinomial tersebut tereduksi atau tak tereduksi. Kemudian dari sini akan dilihat kriteria polinomial tak tereduksi.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada tulisan ini akan dibatasi permasalahannya hanya pada polinomial tak tereduksi dan gelanggang polinomial yang berkaitan dengan polinomial tak tereduksi seperti pada daerah integral, gelanggang pembagi dan pada lapangan.

BAB IV

KESIMPULAN

Jika R gelanggang maka $R[x]$ juga gelanggang, yang disebut dengan gelanggang polinomial. Sebuah polinomial $f(x) \in R[x]$ dikatakan tak tereduksi di $R[x]$ jika $f(x)$ tidak bisa dinyatakan sebagai hasil perkalian dua atau lebih polinomial di $R[x]$. Kriteria–kriteria yang dapat digunakan untuk menunjukkan sebuah polinomial tak tereduksi di suatu gelanggang polinomial yaitu :

1. Sebuah polinomial $f(x)$ dengan koefisien di Z, tak tereduksi atas Q jika ada sebuah bilangan prima p, dimana p membagi semua koefisien $f(x)$ kecuali koefisien utama dan p^2 tidak membagi a_0.
2. Polinomial $f(x) \in Q[x]$ tak tereduksi atas Q. Maka untuk setiap bilangan $a \in Q$, polinomial $f(x+a)$ juga tak tereduksi atas Q.
3. Polinomial $f(x) = 1 + x + \cdots + x^{p-1}$, dengan p adalah bilangan prima positif, maka $f(x)$ tak terduksi atas Q.
4. Misalkan R adalah sebuah daerah faktorisasi tunggal dengan lapangan kuosien F dan $f(x) \in R[x]$ polinomial primitif dengan derajat positif . Jika $f(x)$ tak tereduksi di $R[x]$, maka $f(x)$ tak tereduksi di $F[x]$.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Adkins, W.A. and Weintraub, S H, 1992. *Algebra Approach via Module Theory*. Springer – Verlag, New York

[2] Arifin, A. 2000. *Aljabar*. ITB, Bandung

[3] Ehrlich. 1991. *Fundamental Concept Abstract Algebra*. PWS – Kent Publishing Company, Boston

[4] Fraleigh, J.B, 1994. *A First Course in Abstract Algebra*. Addison - Wesley Publishing Company, New York

[5] Herstein, I.N. 1997. *Topics in Algebra*. Jhon Wiley & Sons, New York

[6] Musili.C. 1992. *Introduction to Rings and Modules*. Toppan Company (S) PteLtd, Singapore